UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS

LICENCIATURA EM FÍSICA

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

RELACIONANDO A ACÚSTICA E A TEORIA MUSICAL

JÉSSICA OLIVEIRA DA SILVA

ORIENTADOR: Prof. Dr. Rubens Silva

BELÉM
Julho de 2014

JÉSSICA OLIVEIRA DA SILVA

RELACIONANDO A ACÚSTICA E A TEORIA MUSICAL

Trabalho de conclusão de curso, apresentado no curso de Licenciatura em Física na Universidade Federal do Pará, com o intuito de obtenção do título de Licenciada em Física.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Rubens Silva.

BELÉM
Julho de 2014

DEDICATÓRIA.

Aos amores da minha vida: Vovó Dona Sebastiana, minha mãe Rosilene,
meu marido Beameson do Rosário
e de maneira especial a minha filha Beatriz.

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus, pois é quem me dar forças para continuar mesmo quando as coisas parecem difíceis, sinto sua presença em minha vida e tudo ocorre da melhor forma possível.

Agradeço também a toda minha família que Deus me deu. Minha mãe, vovó, irmão, tios e tias, primos e primas. Mulheres e maridos dos tios e tias, todos que estão do meu lado e que foram essenciais para mais essa conquista. A todos os babás da minha filha agradeço a todos.

Ao meu amigo Thiago de Paula Braga, amigo e anjo da guarda no curso.

Agradeço também ao meu orientador, professor Rubens Silva, por sua orientação.

E por ultimo agradeço a família que eu conquistei. Meu marido Beameson, companheiro e amigo. Agradeço pela cumplicidade e apoio em tudo. Minha filha Beatriz agradeço por sua simples existência.

RESUMO

Ao se falar de música, tende-se a pensá-la como uma forma de arte. Sendo a acústica o estudo do som, e este possui todas as propriedades de uma propagação ondulatória (GASPAR, p. 238, 2009), é interessante relaciona-la a um dos tipos de arte mais apreciada no mundo: a música. O objetivo desse trabalho é mostrar que os sons musicais também são um fenômeno físico. Como este tema é bastante abrangente, o foco principal será responder ao seguinte questionamento: que relações podem ser estabelecidas entre os conceitos básicos da teoria musical e a acústica? No sentido de esclarecer tal problemática, será adotada uma abordagem conceitual, na qual serão apreciados princípios que norteiam tanto a teoria musical como a Acústica, assunto pelo qual serão evidenciadas as principais definições de ondas sonoras (HALLIDAY, 1996; GASPAR, 2005), bem como a distinção entre sons harmoniosos e ruídos. Assim, será possível estabelecer as devidas relações existentes entre teoria musical e acústica.

SUMÁRIO.

Introdução _____ 09

Capítulo 1: Notação musical _____ 11

1.1. História da música _____ 11

1.2. Teoria musical _____ 13

Capítulo 2: Matemática e música _____ 20

2.1. Escala Pitagórica _____ 20

2.2. Escala temperada _____ 24

Capítulo 3: Relacionando acústica e teoria musical _____ 26

3.1. Movimento ondulatório _____ 26

3.2. As ondas sonoras musicais _____ 29

3.3. Explicando a física do violão _____ 32

3.4. As ondas sonoras no xilofone de copos _____ 34

Conclusão _____ 39

Bibliografia _____ 40

LISTA DE FIGURAS:

1. FIGURA 1: <http://www.fortalezaemfotos.com.br/2012/08/a-atuacao-dos-padres-jesuitas-no-ceara.html.>
   Acesso: 18 de junho de 2014

2. FIGURA 2: <http://classicalprofiles.com/.>
   Acesso: 18 de junho de 2014

3. FIGURA 4:< http://www.institutomarcelomendes.com/?p=1363.>
   Acesso: 18 de junho de 2014

4. FIGURA 5:< http://pt.wikipedia.org/wiki/Clave.>
   Acesso: 18 de junho de 2014

5. FIGURA 6: <http://www.musicamil.com/?page_id=245.>
   Acesso: 18 de junho de 2014

6. FIGURA 7e 8: <http://www.academiamusical.com.pt/artigos-populares/escalas-maiores/.>
   Acesso: 27 de junho de 2014.

7. FIGURA 9: <http://vivenciandomusica.wordpress.com/2013/06/16/figuras-musicais-e-compassos/.>
   Acesso: 27 de junho de 2014

8. FIGURA 10: <http://conservatorio0.tripod.com/valores_relativos_fig_mus_.htm.>
   Acesso: 27 de junho de 2014.

9. FIGURA 11: <http://es.wikipedia.org/wiki/Monocordio.>

   Acesso: 27 de junho de 2014.

10. FIGURA 12: <http://ww2.unime.it/weblab/awardarchivio/ondulatoria/ondas.htm.>
    Acesso 27 de junho de 2014.

11. FIGURA 13: <http://osfundamentosdafisica.blogspot.com.br/2013/11/cursos-do-blog-termologia-optica-e-ondas_19.html.>
Acesso: 27 de junho de 2014.

12. FIGURA 14: <http://www.alunosonline.com.br/fisica/interferencia-ondas-cordas.html.>
Acesso: 27 de junho de 2014.

13. FIGURA 16:< http://susanasarmento22.wordpress.com/2011/01/14/som-digital/.>
Acesso: 27 de junho de 2014.

14. FIGURA 17:< http://www.violaobrasil.com.br/curso-de-violao-conhecendo-o-seu-instrumento/.>
Acesso: 27 de junho de 2014.

15. FIGURA 18: GRILLO, M. L.; PEREZ, L. R. *A física na música.* 1º ed. Rio de Janeiro, UERJ. 2013

INTRODUÇÃO.

"O objetivo e finalidade maior de toda música não deveria ser nenhum outro além da glória de Deus e a renovação da alma." Essa frase foi dita por Johann Sebastian Bach, um grande músico alemão do séc. XVIII. Em cima da frase dita acima e pela experiência que tenho por sentir uma sensação de muita paz quando escuto determinadas músicas, parei e pensei: existe alguma relação entre a física e a música? Um pouco mais fundo: a música é formada por notas musicais, que nada mais são do que ondas sonoras. É possível explicar as componentes que fazem parte dessas ondas estudadas pela acústica? A resposta é sim, existe sim uma relação muito próxima entre a acústica e a teoria musical. Esta monografia procura demonstrar da maneira mais clara possível essa relação, para pessoas que entendam sobre musica assim também para aquelas que não entendem.

Para a elaboração desse trabalho, procurei investigar materiais que estudem a respeito da relação entre os conceitos que fazem parte da acústica e a notação musical, que é o estudo da escrita musical. Para meu espanto existe pouco material sobre o assunto. A maior parte desses materiais são artigos dispostos na internet. No meio dessa procura encontrei apenas um livro que fale a respeito da relação entre a física e a música. Vídeos na internet também são poucos. Após ter lido e ouvido áudios acerca da pesquisa, resolvi estruturar essa investigação em três capítulos.

No capítulo será feito um breve resumo sobre a história da música em um primeiro tópico, enfatizando o histórico da música na era medieval. Foi nesse cenário que viveu Guido D' Arezzo, um monge italiano que apresentou grande contribuição para o estudo da escrita musical. Foi este que nomeou as notas musicais conhecidas atualmente, assim também como foi ele que criou a pauta musical; em um segundo tópico será apresentado os conceitos pertencentes a notação musical: pentagrama, escala, clave, tom e semitom, entre outros.

No meio da pesquisa, ficou claro que a matemática também é bastante utilizada para a perfeita combinação das notas musicais, utilizadas na criação de uma música. No segundo capítulo será evidenciada a relação que existe a música e a matemática. No primeiro tópico deste capítulo será visto a importante contribuição de Pitágoras na relação entre os números e os sons musicais. Com o experimento do monocórdio, este pesquisador demonstrou que existia uma relação a corda do instrumento com o som produzido por esta, com estudos e pesquisas, demonstrou grande contribuição nessa área; mais um tópico será visto neste capítulo, a escala temperada, que foi criada para reparar alguns erros que existiam na escala de Pitágoras e também esta escala é a base utilizada para a escrita da música ocidental atual.

No terceiro e ultimo capítulo desta pesquisa, foi demonstrada as relações entre a acústica e a teoria musical, disposta em quatro tópicos. No primeiro procurei explicar o que é uma onda. Quais os componentes e características do movimento ondulatório, sendo que este assunto é visto no

segundo ano do ensino médio, então é importante estuda-lo. Será finalmente visto a relação entre os conceitos da acústica e da teoria musical, no segundo tópico deste capítulo. Será estudado também a física que existe nas ondas sonoras produzidas na corda de um violão, no terceiro tópico. E no quarto um experimento que procura demonstrar a relação até então estudada, o xilofone de copos, que é um instrumento musical que pode ser confeccionado em casa, utilizando copos ou taças de vidros.

1. CAPÍTULO 1: NOTAÇÃO MUSICAL.

1.1. História da Música

Quem canta seus males espanta, diz o conhecido ditado. Muitas vezes a música nos traz paz e tranquilidade; em outros casos é utilizada como divertimento. No adeus a pessoas queridas também são tocadas as musicas fúnebres. Em igrejas, escolas, nos hospitais, de forma vocal, instrumental ou corporal, a música estar sempre presente em tudo o que nos rodeia.

Muito se especula a respeito do nascimento da música, mas há pouco material sobre o assunto. Uma suposição levantada é que o homem pré-histórico tentaria imitar o som da sua própria voz utilizando objetos rústicos, porém nada de concreto existe para confirmar tal hipótese (RIBEIRO 2011). Na música brasileira há influência principalmente da cultura portuguesa, indígena e africana. Os padres jesuítas, os primeiros professores de canto no Brasil, ensinaram música vocal e instrumental para os indígenas.

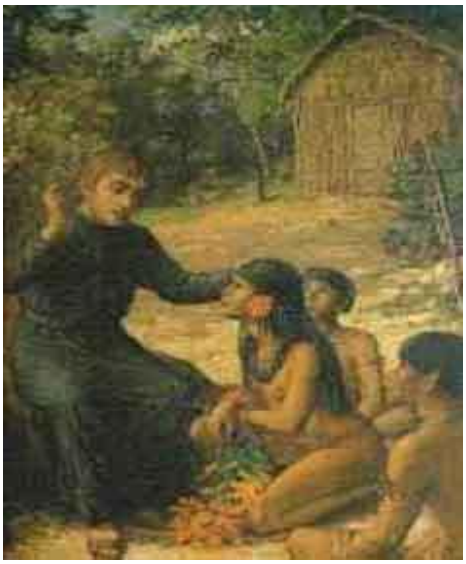


FIGURA 1: Padre Jesuíta ensinando os indígenas.

No estudo do histórico musical é importante falar a respeito dos cantos gregorianos na era medieval, pois a Europa ocidental influenciou em todos os aspectos na nossa cultura, assim quando estudamos a história da música na Europa Ocidental estamos estudando também a nossa própria história.

Na era medieval os cantos gregorianos foram elaborados com o intuito de propagação da fé, ou seja, seus compositores, homens pertencentes ao clero, se importavam com a mensagem que o

texto levava e não propriamente com o efeito sonoro. Seu ritmo possuía uma única melodia simples, com poucas mudanças de notas, era um tipo de texto falado, não podendo ter nenhuma espécie de acompanhamento instrumental. O canto gregoriano era o canto oficial da igreja católica (CARDOSO).

Com o passar dos anos, mas ainda na era medieval, a música foi evoluindo, melodias mais elaboradas foram criadas influenciadas pelas músicas profanas, assim também como a utilização de instrumentos musicais como acompanhamento. Outra coisa criada e aperfeiçoada foi a notação musical. Sinais foram acrescentados no texto das musicas para diferenciar a altura de cada nota.

Um representante dessa época foi o monge e teórico musical italiano ***Guido D'Arezzo.*** Este monge tem grande importância na história da música devido suas contribuições, foi ele quem criou a pauta musical (o tetragrama, possuía apenas quatro linhas), as claves de dó e fá, utilizadas para indicar a altura das notas.

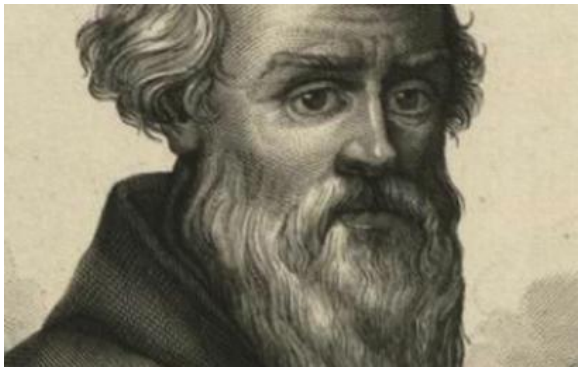


FIGURA 2: Guido D'Arezzo

Foi este monge também que supostamente nomeou as notas musicais a partir de um cântico a São João Batista. Ele utilizou as sílabas iniciais do hino para nomear as notas.

UT *queant laxis*	Para que possam
RE*sonare fibris*	ressoar as
MI*ra gestorum*	maravilhas de teus feitos
FA*muli tuorum*	com largos cantos
SOL*ve polluti*	apaga os erros
LA*bii reatum*	dos lábios manchados
S*ancte* ***I****oannes.*	Ó São João.

Guido nomeou então sete notas: ut, ré, mi, fá, sol, lá e si. A nota denominada como *UT* foi mais tarde substituída pela sílaba dó, por Giovanni Battista Doni outro compositor italiano que utilizou a sílaba de seu nome para facilitar no idioma de seu país.

1.2. Teoria Musical

A música, que do grego significa a arte das musas, é composta pela sucessão de sons regulares e pausas distribuídas ao longo do tempo. Possui três elementos principais: melodia, harmonia e ritmo. A melodia é a perfeita combinação dos sons sucessivos formando um som regular e agradável. Diferente da melodia, na harmonia é considerado os sons simultâneos, ou seja, tem que haver sentido musical na execução de sons ouvido de uma só vez e o ritmo é a regulamentação dos valores do som devido a menor e maior duração (CCB, 2006).

Foi visto que o monge italiano Guido D'Arezzo criou a pauta musical ou tetragrama, que é a base utilizada para a escrita das notas na criação de uma música. Atualmente a pauta é composta por cinco linhas e quatro espaços, o chamado pentagrama. No entanto, apenas essas cinco linhas e quatro espaços não são suficientes para conter todos os sons musicais existentes em determinadas canções, para auxilia-las há também as linhas e espaços suplementares superiores e inferiores.

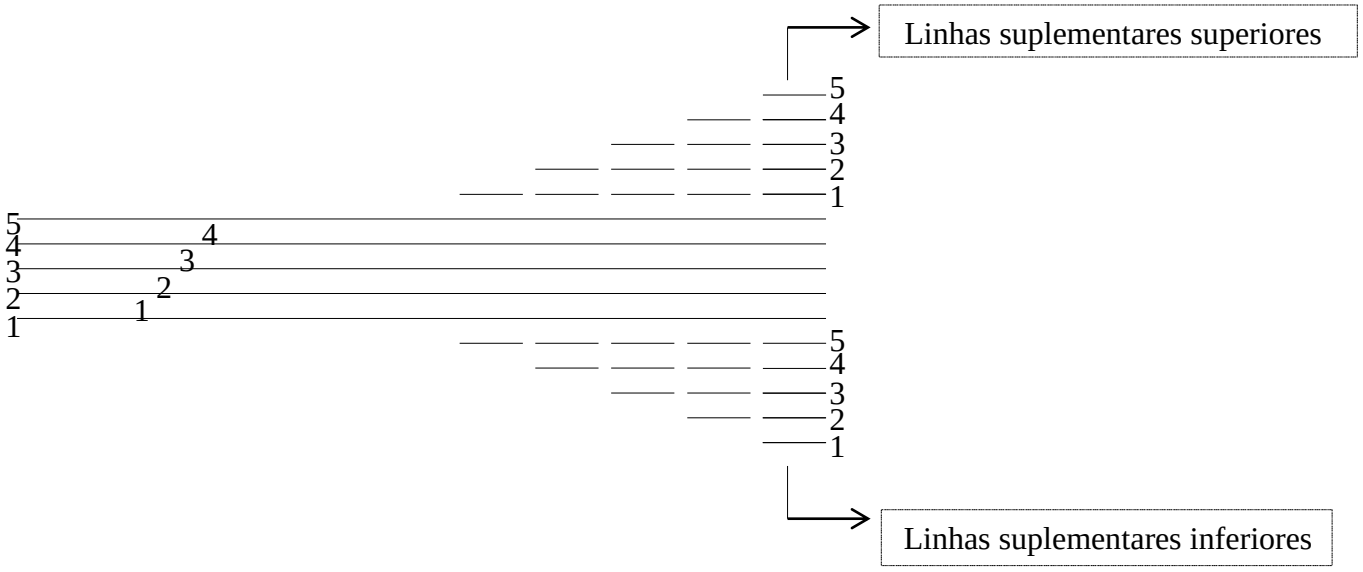


FIGURA 3: PENTAGRAMA

As notas musicais são sete e bastante conhecidas mesmo por quem não entende nada de música, são elas: *dó, ré, mi, fá, sol, lá, si*. As notas musicais são como as letras do alfabeto na linguagem, no caso na linguagem musical (MENEZES). As alterações nessas notas são chamadas de acidentes. Esses acidentes ou elevam a altura das notas em um semitom, o sustenido (representado por ***#***) ou abaixam em um semitom, o bemol (representado por ***b***). No sistema de cifras as notas são representadas pelas letras do alfabeto.

A	B	C	D	E	F	G
dó	ré	mi	fá	sol	lá	si

Assim como: C#, D#, F#, G#, A#

No pentagrama cada nota possui seu lugar específico a partir de sinais denominados por claves, que identificam a altura das notas e que as nomeiam. As claves são colocadas no início da pauta. Existem três tipos de clave: a clave de sol, a clave de fá e a clave de dó (MENEZES).

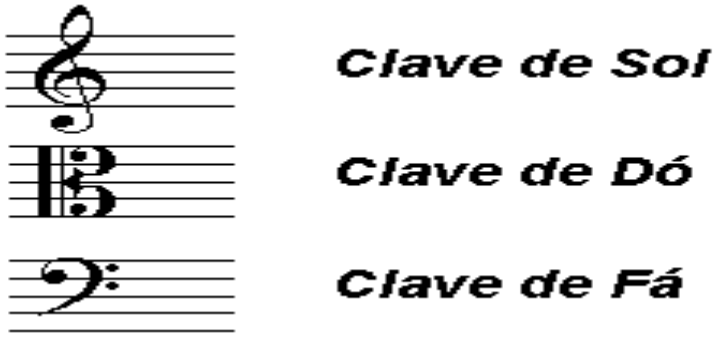


FIGURA 4: As claves de sol, dó e fá.

A clave de sol, a mais utilizada, é escrita na segunda linha. A de fá é escrita na terceira e quarta linha e a de do é escrita na primeira, segunda, terceira e quarta linha.

As notas recebem o nome da clave na linha onde ela estar escrita. Por exemplo, quando utilizada a clave de sol, então a nota sol é a nota que ocupa a segunda linha, as outras serão escritas a partir desta. Quando se utiliza a clave de fá escrita na terceira linha, então a terceira linha nesse caso será denominada nota fá e as outras serão determinadas a partir desta e assim por diante.

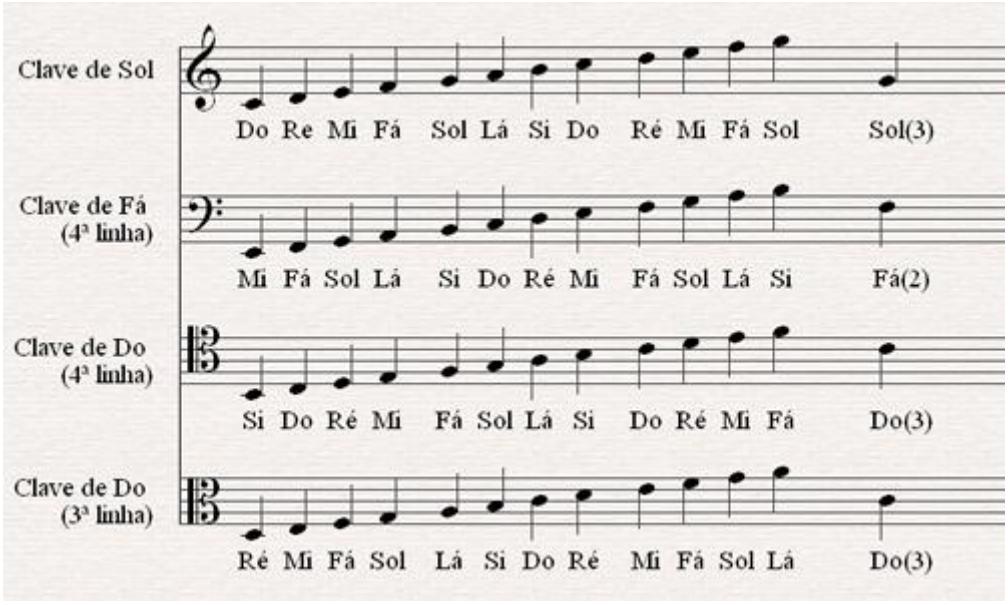
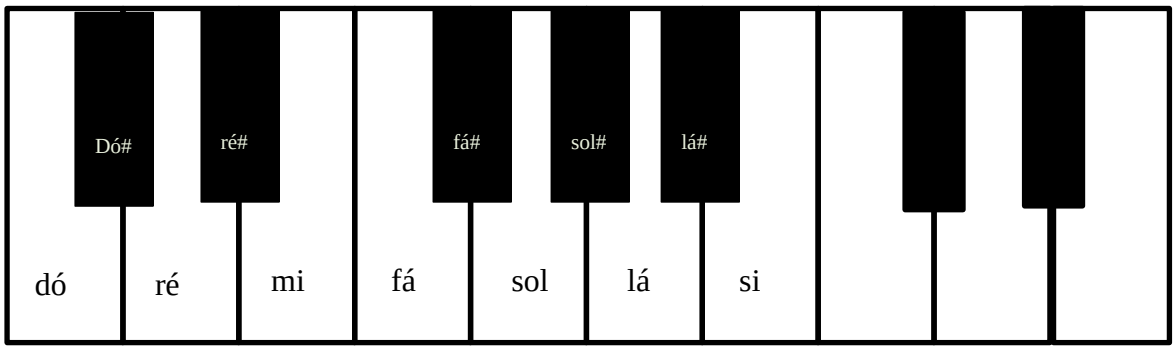



FIGURA 5: Ilustração das claves no pentagrama.

Na notação musical têm-se o conceito de tom e semitom, sendo um tom a soma de dois semitons e o semitom é a menor distância que existe entre dois sons musicais.



Utilizando o piano como exemplo, nota-se que da primeira tecla branca para a primeira tecla preta é a menor distância que tem entre esses sons, ou seja, estão separados por um semitom. Como foi visto anteriormente o sustenido é um semitom acima da altura da nota. Nesse caso, o do# (do sustenido) esta um semitom acima do dó e um semitom abaixo do ré, logo o do# pode ser denominado re***b*** (re bemol). O mesmo acontece com o ré# que esta um semitom acima do ré; com o fá que esta um semitom acima do mi, assim sucessivamente.

O tom é composto por dois semitons, por exemplo, o intervalo entre o dó e o ré é um tom, pois há um semitom do dó para o dó#, e do dó# para o ré.

Quando as notas musicais são tocadas sucessivamente forma-se uma série chamada de

escala. A escala é composta pela repetição do ciclo das sete notas, diz-se uma oitava.

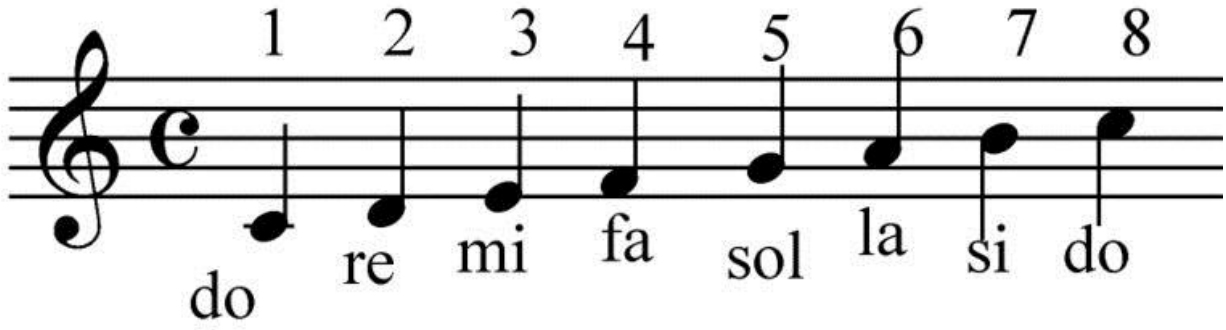
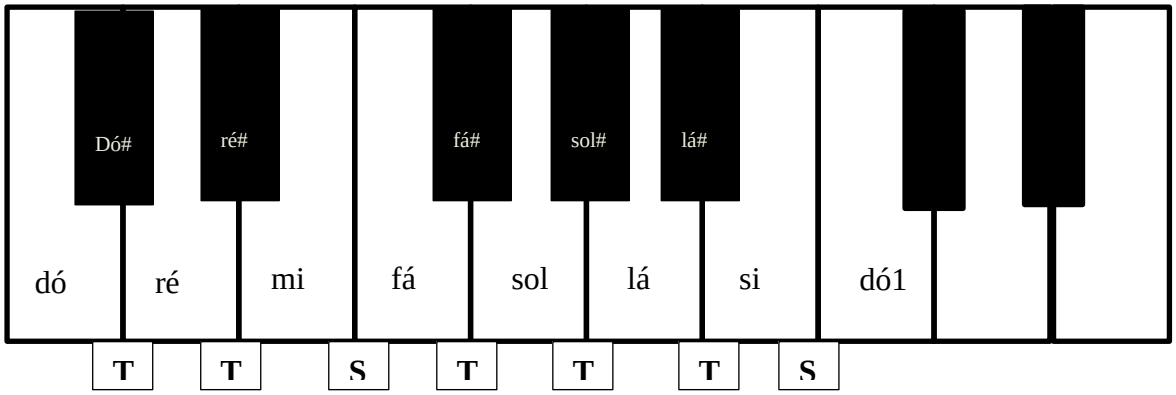



FIGURA 6: Escala de dó maior

- Escala maior: Dó ré mi fá sol lá si dó. A escala maior é formada de cinco tons e dois semitons.



A partir da escala maior constituída da sequência *tom, tom, semitom, tom, tom, tom e semitom* pode ser encontrada qualquer tipo de escala maior usando essa sequencia como fórmula. Abaixo estão alguns exemplos de escala maior.

- Escala de Ré maior: ré, mi, fá#, sol, lá, si, dó#, ré$_1$.

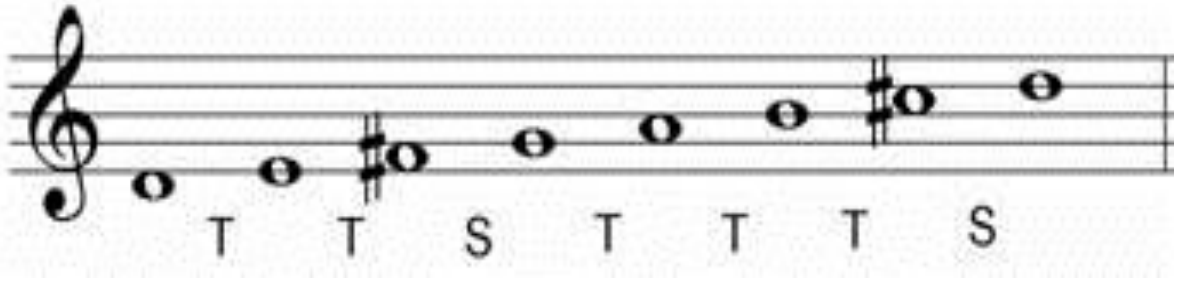


FIGURA 7: Escala de ré maior

- Escala de fá maior: fá, sol, lá, si***b***, dó$_1$, ré$_1$, mi$_1$ e fá$_1$.

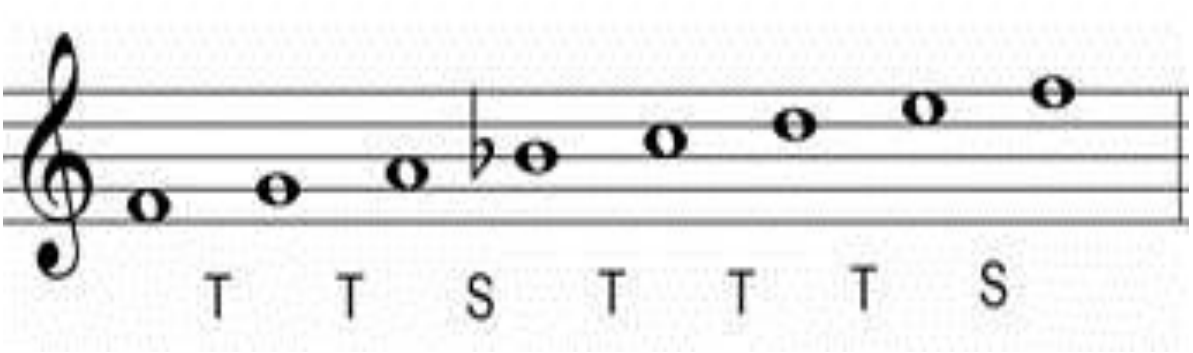



FIGURA 8: Escala de fá maior

A duração de uma onda sonora é o quão longo ou curto é o som, de acordo com o tempo em que se prolonga (MENEZES). Existem símbolos que representam a duração dos sons, chamadas figuras de som, e do silêncio, chamadas figuras de silêncio. Há uma figura de silêncio correspondente a cada figura de som, conforme a tabela abaixo.

Figura	Pausa	Nome	Valor
		Semibreve	*1*
		Mínima	*2*
		Semínima	*4*
		Colcheia	*8*
		Semicolcheia	*16*
		Fusa	*32*
		Semifusa	*64*

FIGURA 9: Figura de som.

A semibreve possui o valor inteiro um, a mínima vale a metade da semibreve: ½. A semínima a metade da mínima: ¼. A colcheia a metade da semínima: 1/8. E assim por diante. No entanto as figuras de som são representadas por números inteiros, pelos seus denominadores.

Semibreve – Mínima – Semínima – Colcheia – Semicolcheia – Fusa – Semifusa.

1 2 4 8 16 32 64

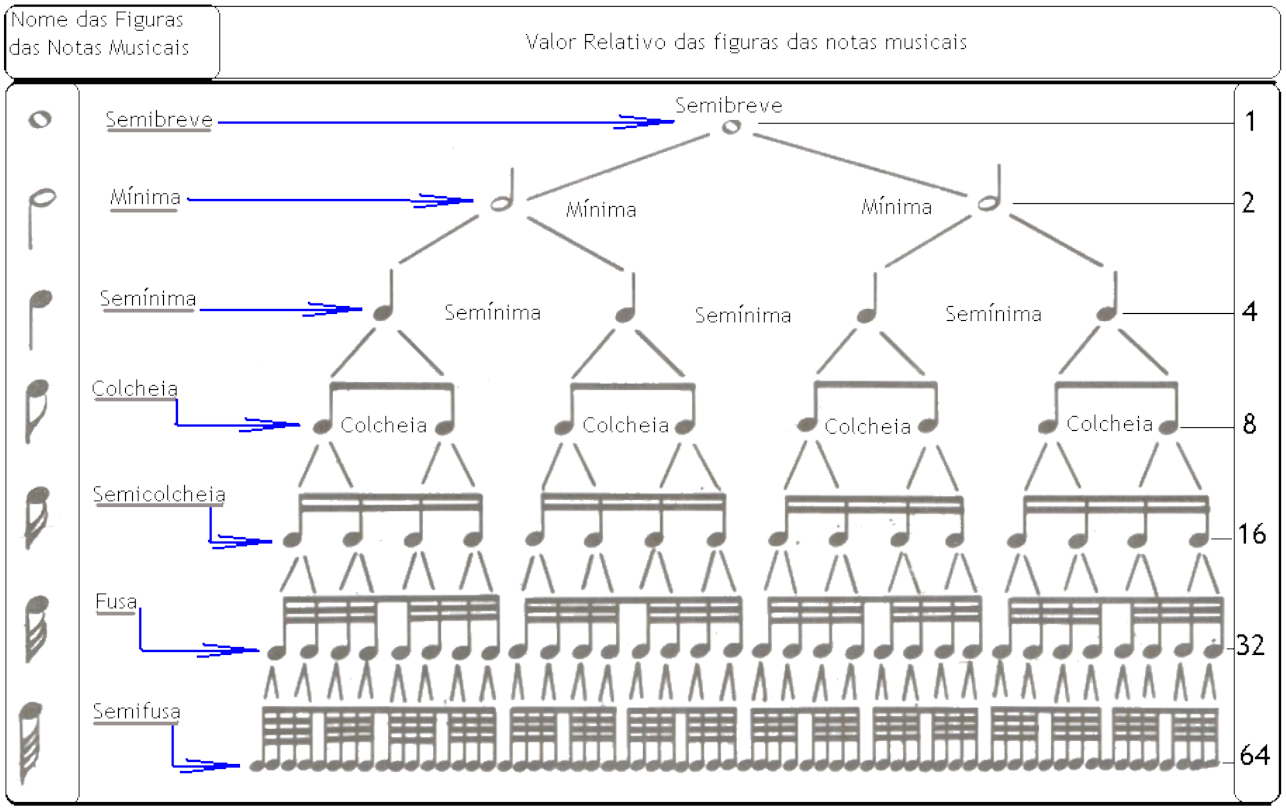
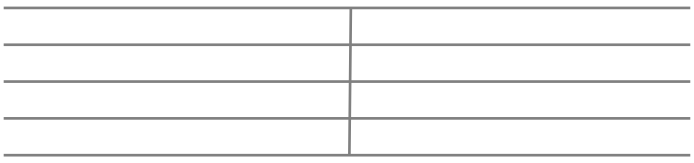


FIGURA 10: Figuras musicais

A duração do som ou da pausa é agrupada sempre em porções iguais, constitui o compasso. No pentagrama os vários compassos que constitui uma música são separados por uma barra de compasso, chamada também de travessão.

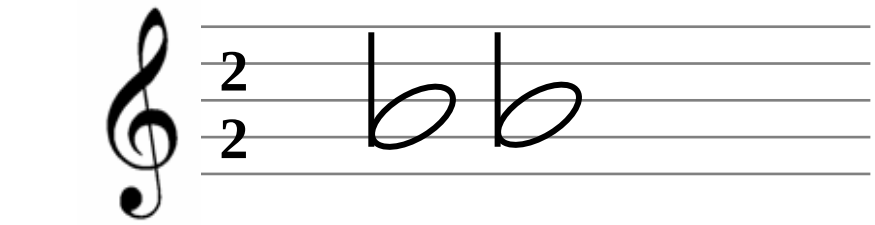


Barra de compasso.

A fórmula de compasso representa a duração do som, sendo que esta não possui um valor fixo. Essa fórmula é a dada por uma fração numérica, onde o numerador equivale ao número de tempos do compasso, podendo ser binário (2), ternário (3) ou quaternário (4), tomando como base o compasso simples. E o denominador representa a figura de som na unidade de tempo.

Por exemplo, o compasso abaixo 2/2 é simples e binário, ou seja de dois tempos, e possui

duas mínimas.



2. CAPÍTULO 2: MATEMÁTICA E MÚSICA

2.1. Escala Pitagórica.

Quando falamos a respeito da conexão que existe entre a música e as ciências é importante demonstrar a necessidade da utilização de equações matemáticas na perfeita combinação das notas musicais, pois existe uma relação muito próxima entre música e matemática. Pitágoras aparece como sendo um dos pioneiros desse estudo, segundo RIBEIRO:

"Diz a história que Pitágoras caminhava por perto de uma funilaria onde sempre ouvia os ferreiros com seus martelos produzirem diversos sons, ele ficou interessado e curioso ao notar que esses sons eram diferentes um dos outros mais mesmo assim eles se encaixavam, ele imaginou que de alguma forma esses sons poderiam ser matematicamente divididos, primeiramente ele ouviu que os sons obtidos pelo atrito do martelo com uma bigorna produziam sons diferentes, e ele percebeu que essa diferença de som tinha ligação com a diferença de peso dos martelos." (RIBEIRO)

Foi a partir dessa experiência que ele resolveu pesquisar a possível relação existente entre os números e os sons. Para auxilia-lo em seu estudo Pitágoras utilizou o som produzido em um instrumento supostamente criado por ele, o monocórdio, constituído de uma corda presa entre dois cavaletes fixos e um móvel. Ele pesquisou a relação que existia entre o comprimento da corda e o som produzido por ela.

FIGURA 11: Monocórdio

Inicialmente ao tocar a corda solta, realizando tentativas, o pensador percebeu um som perfeito e harmonioso. A este som ele caracterizou como sendo a nota principal. Em seguida ele dividiu a corda em duas partes iguais e notou que o som produzido era semelhante a nota principal, porém mais agudo. E esta divisão é caracterizada como uma oitava acima do primeiro som. Pitágoras também registrou o som produzido em dois terços da corda, ao qual denominou de quinta; e em três quartos, a nota produzida foi denominada de quarta nota acima em relação a nota principal. Sendo *L* o comprimento da corda foi estabelecido as seguintes relações:

Oitava = som produzido em $\left(\frac{1}{2}\right)L$
Quinta = som produzido em $\left(\frac{2}{3}\right)L$
Quarta = som produzido em $\left(\frac{3}{4}\right)L$

Na escala maior é conveniente considerar o dó como a nota principal, sendo que uma quinta acima está a nota sol. Atribuindo o valor 1 ao dó, tem-se que sol possui 2/3 em relação ao comprimento da nota dó. Se contarmos uma quarta acima está o Fá, logo possui ¾ em relação ao dó.

$\boldsymbol{\lambda d}$ó	**1**
$\boldsymbol{\lambda f}$á	$\frac{3}{4}$ λdó
$\boldsymbol{\lambda sol}$	$\frac{2}{3}$ λdó
$\boldsymbol{\lambda d}$ó$_{\mathbf{1}}$	$\frac{1}{2}$ λdó

Para encontrar as relações entre as outras notas torna-se simples efetuando o cálculo de sucessão de quintas. Partindo da nota sol, uma quinta acima desta está o $\boldsymbol{r}$é$_{\mathbf{1}}$ (o índice *1* indica que essa nota está uma oitava acima do ré*)*, 2/3 de 2/3 é 4/9. O ré está uma oitava abaixo do ré[1].

Temos então que:

$$\lambda r\acute{e} = 2\lambda r\acute{e}_1 = 2.\frac{4}{9} = \frac{8}{9}$$

$$\boldsymbol{\lambda r}\acute{e} = \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{9}}\ \boldsymbol{\lambda d}\acute{o}$$

Uma quinta acima do ré está o lá, ou seja λlá = 2/3.λré = 2/3. 8/9 = 16/27. 2/3 do lá estar o mi1, mi1 = 2/3.λlá = 2/3. 16/27 = 32/81. Sendo o λmi = 2.λmi$_1$ = 2. 32/81 = 64 /81 e por fim o si equivale a 2/3 do mi, si = 128/243. Assim, os intervalos entre as notas em relação ao dó foram estabelecidas por Pitágoras.

$\boldsymbol{\lambda d}$ó	**1**
$\boldsymbol{\lambda r}$é	$\frac{8}{9}\ \lambda d$ó
$\boldsymbol{\lambda mi}$	$\frac{81}{64}\ \lambda d$ó
$\boldsymbol{\lambda f}$á	$\frac{3}{4}$ λdó
$\boldsymbol{\lambda sol}$	$\frac{2}{3}$ λdó
$\boldsymbol{\lambda l}$á	$\frac{16}{27}$ λdó
$\boldsymbol{\lambda si}$	$\frac{243}{128}$ λdó
$\boldsymbol{\lambda d}$ó$_{\mathbf{1}}$	$\frac{1}{2}$ λdó

A frequência de cada nota pode ser dada pelo inverso do valor do comprimento da corda, o que significa dizer que quanto maior o comprimento da corda, menor será a frequência do som produzido por ela. E quanto maior a frequência mais agudo é o som. estabelece-se então os valores dos intervalos entre as frequências de cada som em relação a nota dó:

dó	ré	mi	fá	sol	lá	si	dó$_1$
1	9/8	81/64	4/3	3/2	27/16	243/128	2

Os intervalos entre as notas dó-ré, ré-mi, fá-sol, sol-lá e lá-si, vale 9/8, e esse intervalo é conhecido por tom. O outro intervalo encontrado entre as notas mi-fá e si-dó$_1$ é 256/243, e equivale a um semitom. A relação do intervalo que existe então entre as frequências das notas e suas adjacentes é dada por:

Dó - ré	Ré - mi	Mi - fá	Fá - sol	Sol - lá	Lá - si	Si - dó$_1$
9/8	9/8	256/243	9/8	9/8	9/8	256/243

Esses intervalos encontrados pelos Pitagóricos são utilizados para encontrar o valor das frequências das notas musicais. Considerando por exemplo 132,00 Hz como sendo a frequência de dó e utilizando os valores de tom e semitom, as frequências das notas seguintes serão:

Notas.	**Frequência (Hz).**	**Relação com a nota anterior.**
dó	132,00	-
ré	148,50	1,125
mi	167,06	1,125
fá	175,99	1,0534...
sol	197,98	1,125
lá	222,73	1,125
si	250,57	1,125

Utilizando a ideia de oitava, com os valores dessas frequências é possível encontrar os valores das frequências das notas uma oitava acima, bastando multiplicar esses valores por dois.

Notas.	**Frequências (Hz).**
dó1	264
ré1	297
mi1	334
fá1	352
sol1	396
lá1	445
si1	501

Continuando com os cálculos das sucessões de quintas, é possível encontrar as frequências dessas notas várias oitavas acima, porém algo de errado apareceu na escala de Pitágoras. Há também a relação entre as notas e seus acidentes, o sustenido e o bemol, e lembrando que o sustenido é um semitom acima da nota com ele relacionado e o bemol um semitom abaixo. Utilizando o valor encontrado para o semitom é possível encontrar esses valores:

Notas.	**Frequências.**
dó	132,00 Hz
dó#	139,06 Hz
ré***b***	140,96 Hz
ré	148,50 Hz
ré#	156,44 Hz
mi***b***	158,57 Hz

mi	167,06 Hz
fá	175,99 Hz
fá#	185,40 Hz
sol***b***	187,92 Hz
sol	197,98 Hz
sol#	208,57 Hz
lá***b***	211,41 Hz
lá	222,73 Hz
lá#	234,64 Hz
si***b***	237,84 Hz
si	250,57 Hz

O dó# está um semitom acima em relação ao dó, e um semitom abaixo do ré, logo deveria possuir o mesmo valor do ré*b,* no entanto, o valor da frequência encontrado para dó# é 139, 061 Hz (esse valor é encontrado multiplicando a frequência do dó pelo valor do semitom) enquanto que o valor do ré*b* 140,95 Hz, o intervalo entre essas duas frequências é aproximadamente 1,013 Hz ao qual chama-se de coma pitagórico.

A escala criada por Pitágoras apresentava alguns desajustes, algum desses estava em mudar as melodias das musicas para tons diferentes, devido a variação da nota de acordo com o tom. Os intervalos entre as notas iriam soar de maneira desafinada.

2.2. Escala Temperada.

A escala temperada surgiu no intuito de corrigir os erros existentes na escala criada por Pitágoras. São utilizados doze notas como sendo uma oitava, dó, dó#, ré, ré#, mi, fá, fá#, sol, sol#, lá, lá# e si. Sendo que após 12 intervalos a frequência para a nota dobra de valor. Nessa escala estas notas são separadas por um mesmo fator intervalar *r.* Não importando quais sejam as notas, se forem separadas por um semitom, terão frequências iguais.

f – frequência principal.

- $f_1 = r.f$
- $f_2 = r.f_1 = r^2 .f$
- $f_3 = r.f_2 = r^3 .f$ ...
- $f_{12} = r^{12} .f$

A frequência 12ª nota equivale a uma oitava acima da frequência principal, logo:

$$r^{12} = 2$$

$$r = 2^{1/12} = 1,0594631.$$

Este valor de *r* equivale a um semitom e r^2 a um tom. A partir destes valores e considerando 132, 00 hz a frequência para o dó obtêm-se os seguintes valores de frequência para as outras notas:

Notas.	**Frequências.**
dó	132,00 Hz
dó#	139,84 Hz
ré	148,16 Hz
ré#	156,97 Hz
mi	166,30 Hz
fá	176,19 Hz
fá#	186,67 Hz
sol	197,77 Hz
sol#	209,53 Hz
lá	221,99 Hz
lá#	235,19 Hz
si	249,18 Hz

3. CAPÍTULO 3: *RELACIONANDO ACÚSTICA E TEORIA MUSICAL.*

3.1. Movimento Ondulatório.

O estudo do movimento ondulatório apresenta como característica principal a vibração de um determinado meio ocorrendo assim a propagação de ondas. Na propagação das ondas é importante frisar que não ocorre transporte de matéria, somente de energia.

Percebe-se esse tipo de movimento em uma corda tensionada. Se a corda estiver presa em uma de suas extremidades e uma pessoa movimenta-la no sentido de baixo para cima, uma perturbação será produzida na corda e ela sairá de seu estado de equilíbrio. Uma onda se propagará na extensão desta.

O som pode ser caracterizado também como um exemplo de onda, pois se propaga através do ar. Sem o ar não haveria propagação de som. O ar e a corda são denominados de meios materiais para a propagação das ondas. Ou a água, os instrumentos musicais, também são exemplos de meios. Quando uma onda necessita de um meio para que aja sua propagação ela recebe o nome de *onda mecânica.* Quando ocorre o contrário e ela não precisa necessariamente de um meio para se propagar é chamada de *onda eletromagnética.* Neste trabalho as ondas eletromagnéticas não serão estudadas.

No exemplo dado acima da corda, a direção de propagação da onda é perpendicular a direção de oscilação da corda.

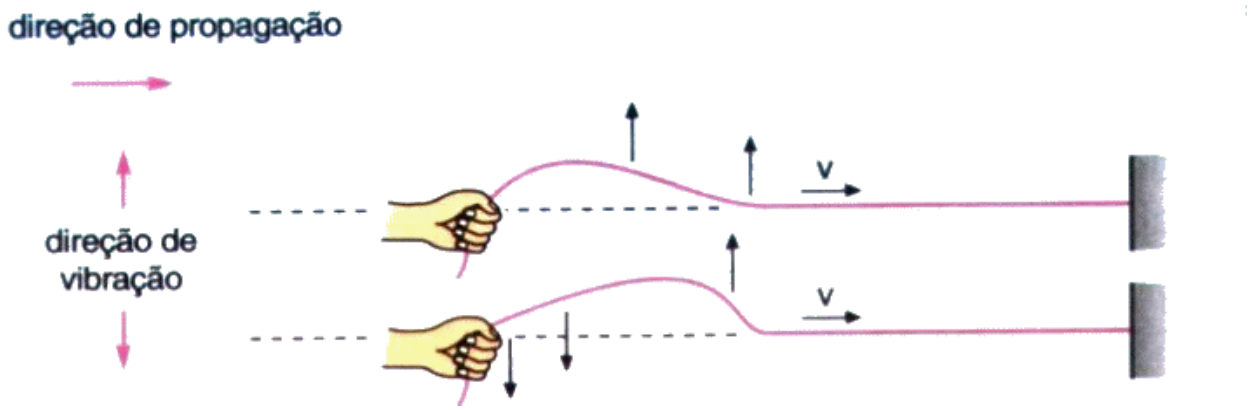


FIGURA 12: Exemplo de onda transversal.

Se a vibração do meio estiver na direção *y* perpendicular a direção *x* da propagação, então a

onda é classificada como *onda transversal.*

Quando a direção da oscilação é paralela a propagação, chamamos de *onda longitudinal.* Um exemplo de onda longitudinal são as ondas sonoras.

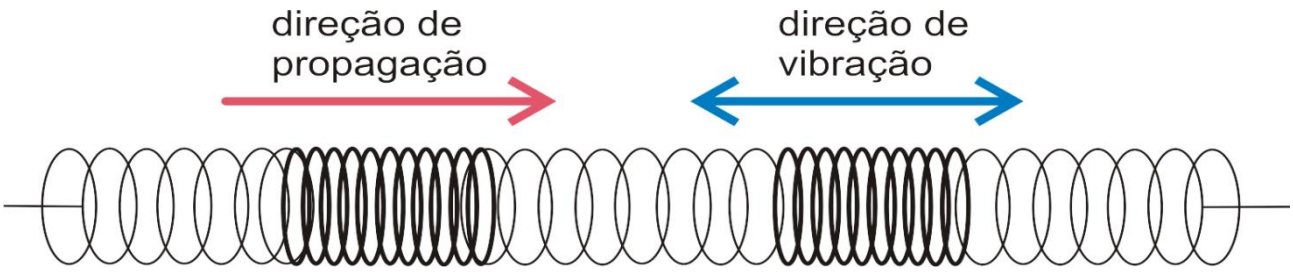
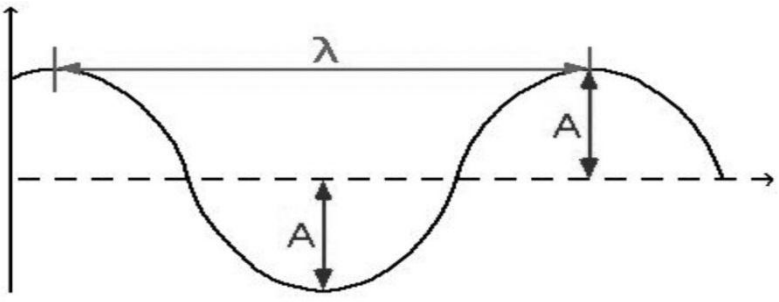


FIGURA 13: Exemplo de onda longitudinal

Outras características podem ser evidenciadas utilizando novamente o exemplo da corda, que é uma onda mecânica transversal. Essas ondas podem ser descritas na forma de funções seno e cosseno. Apresentam *frequência (f),* que é o número de oscilações completas em um segundo, é a frequência que determina se o som é grave ou agudo. O tempo gasto em apenas uma oscilação é denominado de *período* (T). Período e frequência se relacionam por:

$$f = \frac{1}{T}$$

Outro elemento que caracteriza uma onda é o *comprimento de onda,* que é a distância da repetição de um ciclo na vibração. É representado pela letra grega λ. O deslocamento máximo da onda na direção vertical é chamado de *amplitude*, representada pelo A. Para pequenas amplitudes, o deslocamento resultante de uma onda, em qualquer ponto ao longo do comprimento da corda, é igual a soma dos deslocamentos individuais produzidos por diferentes ondas no movimento, esse efeito é chamado de *princípio da superposição* (HALLIDAY, pg. 121).



http://websit.provincia.padova.it/elettrodotti/Elettromagnetismo.aspx

O pulso resultante na superposição das ondas pode ter a amplitude da onda resultante aumentada, ocorrendo assim o fenômeno de *interferência,* nesse caso construtiva.

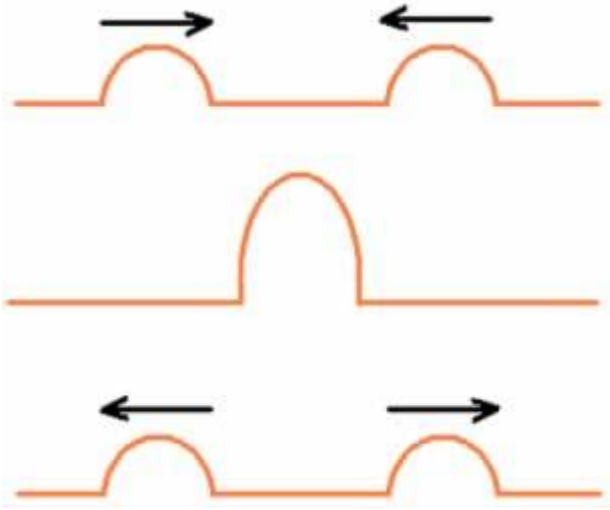


FIGURA 14: Interferência construtiva

Se a amplitude resultante diminuir, então será uma *interferência destrutiva.* Os princípios de superposição de onda e interferência são válidas para tipo de onda, mecânica ou eletromagnética (GASPAR, 2009).

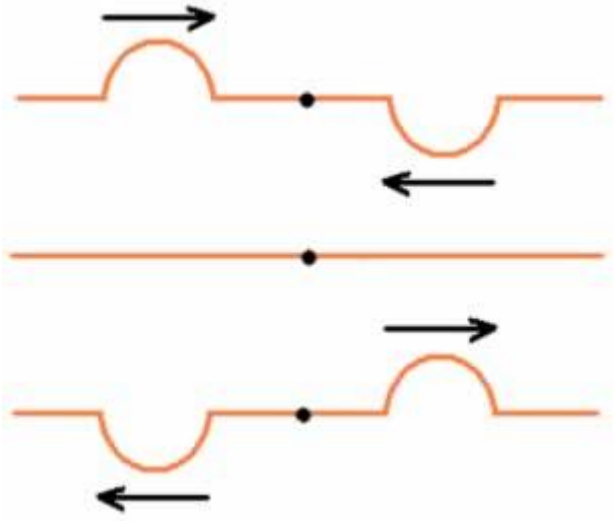


FIGURA 15: Interferência destrutiva

As ondas mecânicas são regidas pelas leis de Newton. A velocidade escalar de um

determinado movimento nessas condições é dada por:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Para uma oscilação completa, a distância percorrida pela onda equivale ao comprimento de onda e o tempo gasto nesse percurso é o valor do período. Percebe-se então que:

$$\Delta x = \lambda \ e \ \Delta t = T$$

Assim a velocidade de uma onda pode ser expressa da seguinte forma:

$$v = \frac{\lambda}{T}, sendo\ T = \frac{1}{f}$$

$$\boxed{v = \lambda . f} \qquad (1)$$

Assim quando o comprimento de onda dobra a frequência da oscilação reduz-se a metade. É fácil perceber que essas grandezas físicas são inversamente proporcionais;

3.2. As Ondas Sonoras Musicais.

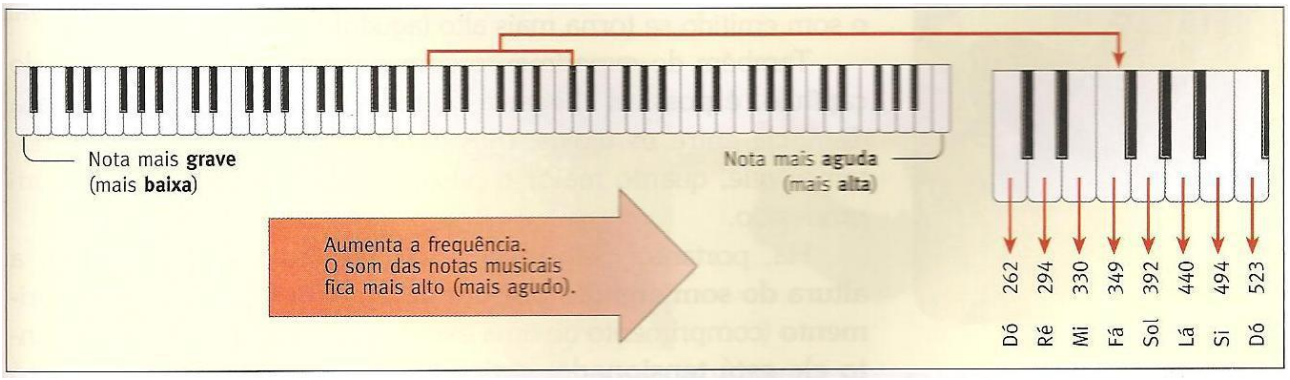
O som é uma onda mecânica e longitudinal tridimensional. Sua produção é devido a variação de pressão do ar que nos rodeia.

As ondas sonoras possuem alguns elementos que a caracterizam: comprimento de onda, frequência e amplitude. Sendo o comprimento de onda a distância da repetição de um ciclo de onda. A frequência é o número de vibrações de uma onda em um segundo e amplitude é o deslocamento máximo da onda na direção vertical. A frequência está relacionada com a *altura* do som, quanto mais alto um som (maior frequência) mais agudo é. Quanto mais baixo (menor frequência) mais grave. Vibrações mais lentas possuem sons mais baixos e vibrações mais rápidas possuem sons mais altos (MENEZES).

As vozes masculina e feminina se diferenciam pela altura. A voz masculina é classificada como tenor, um tom de voz mais aguda; barítono, voz média e baixo, voz grave. A voz feminina se classifica como soprano, voz aguda; meio-soprano, voz média e contralto, voz grave.

Os instrumentos musicais podem produzir tons dentro de um intervalo muito maior do que o da voz

humana.



A amplitude está relacionada com o conceito de *intensidade*, com o volume do som. Para grandes amplitudes o som é classificado como forte (o que é popularmente chamado de alto), para amplitudes menores a classificação é dada como fraco.

Os sons musicais são aqueles que possuem altura e frequência iguais. Isso pode ser comprovado quando considerado o comprimento de onda para *n* modos de vibração em uma corda tensionada de comprimento *L*, dado por (HALLIDAY):

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \qquad (2)$$

Sabendo que a velocidade de uma onda para *n* modos de vibração se relaciona com o comprimento de onda e com a frequência dessa onda pela fórmula:

$$v_n = \lambda_n \, . f_n$$

Utilizando a equação (2) fica fácil perceber que a frequência em uma corda tensionada para *n* modos de vibração é dada por:

$$f_n = \frac{n \, .v}{2L} \qquad (3)$$

Atribuindo 1 ao *n*, e considerando a frequência para os comprimentos L_1 e L_2 é estabelecido que $f_2 / f_1 = L_1 / L_2$. Isto comprova que as razões entre as alturas e frequência de um som musical são iguais.

As frequências perceptíveis pelo ouvido humano estão dentro da faixa 20 – 20000hz. As notas musicais são sons que estão dentro desta faixa, sendo que a música é a sequência de notas em diferentes intervalos. E o intervalo é a razão entre as frequências de duas notas.

Os instrumentos musicais possuem descrição matemática extremamente precisa. O que

diferencia um instrumento de outro são as amplitudes e a duração de cada um dos harmônicos presentes no som resultante, a esse conjunto de características é denominado de timbre. Segundo (GRILLO):

”*O espectro de uma vibração indica quais freqüências entraram em ressonância e com que intensidade cada uma vibrou. Esta análise de espectros é também chamada de análise de Fourier, onde cada uma destas freqüências perturbadas pode ser representada como componentes de uma série de Fourier. É o espectro de um som que representa o timbre de cada instrumento musical. Quanto maior o número de freqüências em ressonância, mais rico é o som, porém se as freqüências não forem múltiplas da fundamental (primeiro pico de freqüência), o som não será harmônico, podendo ser considerado um ruído.”* (GRILLO).

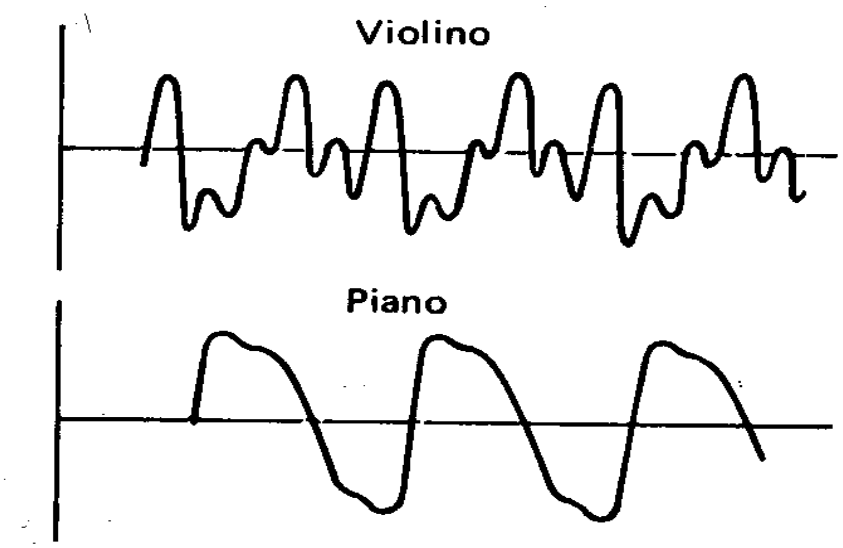


FIGURA 16: Mesma nota produzida por instrumentos diferentes

As ondas sonoras complexas geradas por um instrumento musical pode ser representada por uma série de Fourier, composta das notas fundamentais e da série de harmônicos ou sobretons, cada um com a sua amplitude e fase (GOTO).

$$P = \text{sen } w\,t + 1/2 \text{ sen } 2w\,t + 1/3 \text{ sen } 3w\,t + 1/4 \text{ sen } 4w\,t + 1/5 \text{ sen } 5w\,t. \quad (4)$$

Os instrumentos musicais podem ser classificados como sistemas vibrantes que podem ser descritos por equações diferenciais lineares. Os sons puros são aqueles que possuem uma única componente harmônica de frequência definida. Para ondas sonoras temporais consideradas em fase, têm-se (GOTO):

$$\cos 2\pi f1\,t + \cos 2\pi f2\,t = 2 \cos 2\pi\,[|f1 - f2\,|/2]\,t \,.\cos 2\pi\,[(f1 + f2\,)/2]t \quad (5)$$

Para sons que possuam amplitudes diferentes a equação acima torna-se:

$$A1 \cos 2\pi f1\ t + A2 \cos 2\pi f2\ t = A1\ [\cos 2\pi f1\ t + \cos 2\pi f2\ t] + (A2 - A1\ ) \cos 2\pi f2\ t \quad (6)$$

Invertendo a equação (5) obtemos a seguinte equação, segundo (GOTO):

$$2 \cos 2\pi\ [|f1 - f2\ |/2]\ t\ .\cos 2\pi\ [(f1 + f2\ )/2]t = \cos 2\pi(n - 1)f0\ t + \cos 2\pi(n + 1)f0\ t \quad (7)$$

Sendo a frequência fundamental $f0 = f2\ /(n + 1) = f1\ /(n - 1)$. Para a equação (4) utilizando amplitudes de sons diferentes temos que:

$$A1 \cos 2\pi f1\ t + A2 \cos 2\pi f2\ t = A1 \cos 2\pi(n - 1)f0\ t + A2 \cos 2\pi(n + 1)f0\ t$$

E essa é a equação responsável pela condição de consonância das ondas sonoras musicais, segundo (GOTO).

3.3. Explicando a Física do Violão.

Os instrumentos musicais são os objetos responsáveis pela criação das notas musicais, pois ao vibrarem oscilam o ar a sua volta gerando assim ondas sonoras. São divididos em três grupos principais: instrumentos de corda, por exemplo, violão, violino, piano e bandolim. De sopro, como exemplo temos a flauta e o saxofone, entre outros. E também os de percussão, onde ocorre a vibração de membranas criando as ondas sonoras musicais, como por exemplo os tambores e os tamborins.

Os instrumentos de corda possuem grande semelhança diferenciando-se pelo tamanho e formato. Podem ser tocados dedilhando suas cordas, como o violão e a harpa, sendo este ultimo o mais antigos dos instrumentos (MENEZES).

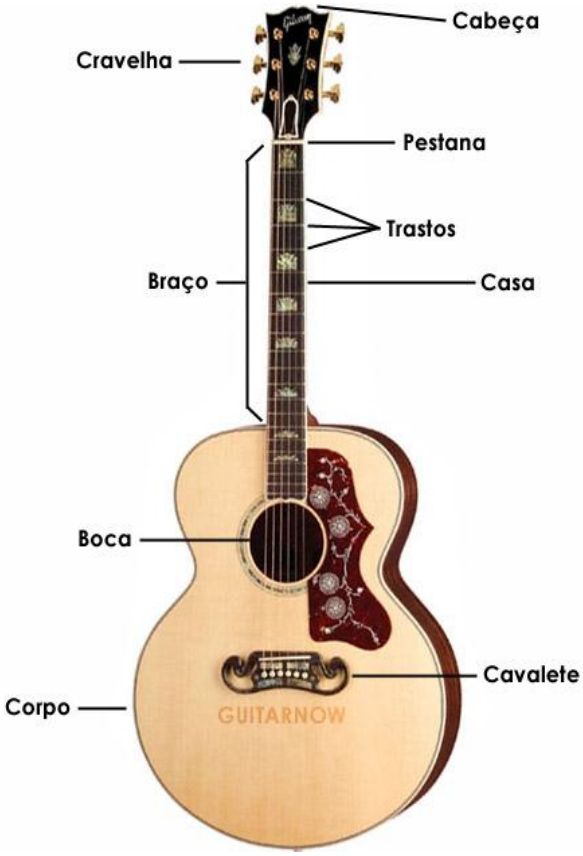


FIGURA 17: Partes do violão atual

O violão é um instrumento musical bastante popular. As ondas sonoras se propagam ao longo de suas cordas, tanto soltas quanto divididas em partes. Ao se propagarem, as ondas produzidas colocam as partículas da corda em vibração (HALLIDAY), essa vibração é transmitida para o corpo do violão produzindo assim os modos ressonantes e propagando-se através do ar até nossos ouvidos (GRILLO).

Na vibração das partículas da corda é necessário que esta possua inércia para que aconteça o movimento de oscilação, onde a energia cinética será armazenada (HALLIDAY). O fator que caracteriza a inércia desse corpo é sua densidade linear representada por μ_l. E para que a onda seja transmitida é necessário que esse meio possua elasticidade, esta característica está relacionada a tensão na corda representada pela letra T. A velocidade então de um pulso na corda de um violão é dada por:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu_l}}$$

No tópico anterior foi visto que a frequência de onda para uma corda tensionada é:

$$f_n = \frac{n \,.\, v}{2L}$$

Para o violão o comprimento L mede normalmente 65 cm, substituindo o valor de v na equação acima e fazendo as manipulações matemáticas, encontramos o seguinte valor para a tensão T (GRILLO):

$$T = \frac{4L^2 \mu_l}{n^2} f^2$$

Para afinar as cordas do violão é necessário encontrar a tensão que produza a frequência da nota desejada.

Cordas	Notas	Frequências
1ª	Mi_3	329,6
2ª	Si_2	246,9
3ª	Sol_2	196,0
4ª	$Ré_2$	146,8
5ª	$Lá_1$	110,0
6ª	Mi_1	82,4

FIGURA 18: Notas e frequências das cordas de um violão

3.4. As Ondas Sonoras no Xilofone de Copos.

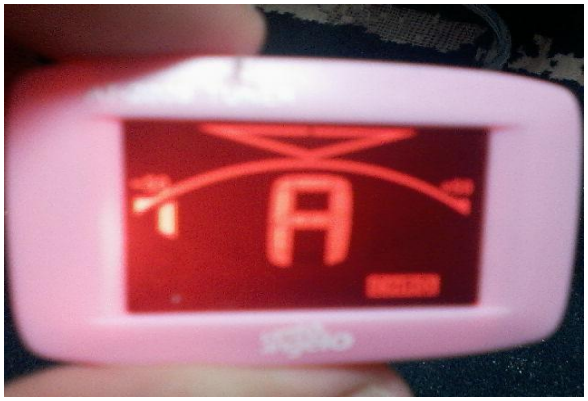
Um exemplo de instrumento musical que pode ser confeccionado em casa é o xilofone de copos. Nesse experimento utiliza-se copos e água para se produzir ondas sonoras musicais.

Cada copo possui uma frequência fundamental característica. Para produzir notas musicais, basta bater com uma colher, por exemplo, no copo, sendo que a vibração da batida irá variar as moléculas do ar, criando assim as ondas sonoras.

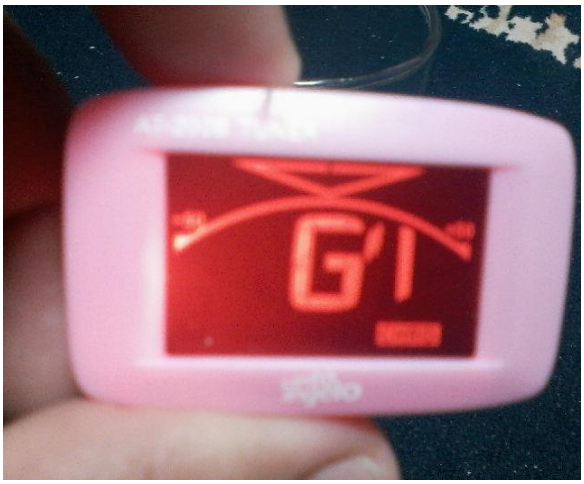
É simples encontrar as notas musicais nesses objetos utilizando um afinador de violão. Ao adicionar água nos copos as notas ficarão mais graves, pois a água irá se juntar ao copo tornando-se assim o material que irá vibrar o ar, criando as ondas sonoras. Quanto maior for o material vibrante mais grave será o som produzido, ou seja menor será a frequência desse som.

Para comprovar tal afirmativa descrita acima, um experimento foi realizado, o xilofone de copos. Para essa experiência foi utilizado quatro copos de vidro iguais. E foi encontrado a nota produzida nos copos vazios utilizando um afinador de instrumento musicais.

Inicialmente foi procurado a nota que era produzida em cada copo vazio que possui 13,4 cm de altura. Nos quatro copos, sem água, a nota musical encontrada foi a nota *lá (A)*. Essa nota, assim como as outras, foi encontrada com o auxilio de um afinador eletrônico de violão.



Para a determinação das outras notas, foi sendo acrescentado água em um dos copos. O afinador eletrônico denunciou a nota sol sustenido (*G#*) para o volume de água com altura de 6,1 cm do copo. Nota-se que ao acrescentar água, a nota produzida se tornou mais grave, pois a nota sol sustenido possui uma frequência menor do que a da nota lá, de acordo com os cálculos realizados desde as épocas de Pitágoras, como foi visto no capítulo 2 desse trabalho.



A foto acima não está bem nítida, o símbolo que aparece ao lado da letra *G* é o jogo da velha, que simboliza o sustenido.

A outra nota encontrada foi a nota sol, acrescentando água até a altura de 7,1 cm do copo. Percebe-se mais uma nota mais grave do que a anterior. Comprovando mais uma vez que quanto mais água no copo, mais grave é o som produzido e menor é sua frequência.

No quarto copo foi acrescentado água até a altura de 9,2 cm de água e a nota produzida foi a nota *fá*. Que a nota mais grave encontrada.

De acordo com esse experimento é possível concluir que quanto mais massa vibrante tiver, menor será a frequência das ondas sonoras produzidas no ar, o som será mais grave. Isso se verificou ao colocar água nos copos. O copo vazio foi o que produziu a nota de maior frequência, ou seja a nota mais aguda, a nota *lá*. O segundo copo com apenas um pouco de água, produziu a nota sol sustenido que é mais grave que a nota lá. No terceiro foi produzido a nota sol que é mais grave que a nota sol sustenido, que está agudo um semitom mais agudo que o sol, e que a nota lá. E o quarto copo produziu a nota fá que é mais grave que as outras notas. De acordo com a tabela abaixo, vista no capítulo 2:

Notas.	**Frequências.**
dó	132,00 Hz
dó#	139,84 Hz
ré	148,16 Hz
ré#	156,97 Hz
mi	166,30 Hz
fá	**176,19 Hz**
fá#	186,67 Hz
sol	**197,77 Hz**
sol#	**209,53 Hz**
lá	**221,99 Hz**
lá#	235,19 Hz
si	249,18 Hz

Se o copo utilizado na experiência tivesse uma altura maior, as outras notas da escala maior seriam encontradas usando o mesmo método de acrescentar água no copo. É possível encontrar essas outras notas utilizando outros copos ou taças de vidro. Encontrando essas notas dar para tocar qualquer música.

A

G

G

F

CONCLUSÃO.

Procurei estudar a respeito da conexão entre a física e a música. Comecei me limitando ao estudo da acústica, que é a parte da física que estuda as ondas sonoras, e da relação entre seus conceitos e a escrita de uma música. Desse estudo pude perceber que duas áreas tão distintas, como a arte e a ciência, exibiam total conexão.

Além da acústica, a matemática também apresenta uma afinidade com essa arte, apreciada pela grande maioria da população. Quando Pitágoras procurou relacionar esses dois ramos, contribuiu de maneira bastante grandiosa para esse estudo. Foi através da criação do monocórdio que começou a investigação entre essa relação. A partir da escala de Pitágoras foram elaborando os estudos para a criação de outras escalas.

A acústica possui conceitos como comprimento de onda e frequência, assim como as qualidades que fazem parte de um som. Logo, as notas musicais também possuem frequência, comprimento de onda e velocidade dependendo do material em que está se propagando. O timbre depende da fonte que emite o som, é ele que possibilita a distinção de uma mesma nota emitida por instrumentos musicais diferentes. A acústica também é responsável por explicar um pouco de física das ondas sonoras na corda de um violão, com frequência de onda própria, vista no capítulo III.

Estudar a relação entre a física e a música é também entender um pouco mais a natureza em que nos rodeia. Uma tão apreciada por todos: a música, e a outra entendida por poucos, a física, mas também tão próximas.

BIBLIOGRAFIA.

- **Livros:**

1. NUSSENZVEIG, H. M. *Curso de Física Básica: Fluidos, Oscilações e Ondas, Calor.* 3. ed. Edgard Blücher. São Paulo. 1997.
2. HALLIDAY, D., RESNICK, R., WALKER, J. *Fundamentos de física 2*. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC. 1996.
3. GASPAR, A. *Física, volume único*. 1. ed. São Paulo: Ática. 2005.
4. MENEZES, C. R; BARRACHI, M. C. G. *Iniciação musical*. 1º ed. São Paulo, IBEP.
5. GRILLO, M. L.; PEREZ, L. R. *A física na música.* 1º ed. Rio de Janeiro, UERJ. 2013

- **Artigos da internet:**

6. JULIANI, J. P. *A Matemática e a Música*. Trabalho de conclusão de curso (Graduação de licenciatura em matemática) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2003
7. RIBEIRO, M. E. *A Matemática na música*. Trabalho de conclusão de curso (Graduação de licenciatura em matemática) – Universidade Estadual de Goiás, Anápolis, 2011.
8. GOTO, M. *Física e Música em Consonância*. Rev. Bras. Ens. Fis.v.31. n.2.2307. 2009.
9. ANTUNES, E. *Apostila de iniciação musical*. Baseado no Livro Teoria da Música de Ricci Adams . 1. ed. 2008.

- **Sites da internet:**

10. <http://www.cdcc.usp.br/ciencia/artigos/art_25/musica.html>
    Acesso: 26 de março de 2014.

11. <http://www.revistas.uea.edu.br/download/revistas/arete/vol.5/arete_v5_n09-2012-p.101-111.pdf. >
    Acesso: 24 de março de 2014.
12. <http://www.cea.inpe.br/~alex/FisicadaMusica/fisica_da_musica.pdf.>
    Acesso: 26 de março de 2014
13. <http://msomeletronica.com.br/apostilas/sonorizacao/fisica_da_musica.pdf.>
    Acesso: 26 de março de 2014.
14. <http://www.prof2000.pt/users/gracsantos/netmag/exper_som.htm.>
    Acesso: 26 de março de 2014.

- **Vídeos da internet:**

15. <https://www.youtube.com/watch?v=y8OblsihasE.>
    Acesso: 5 de maio de 2014.
16. <https://www.youtube.com/watch?v=Kwl4vW28jZ0.>
    Acesso: 5 de maio de 2014
17. <https://www.youtube.com/watch?v=Jrz3wUskAY0.>
    Acesso: 5 de maio de 2014.