



Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Eng. Química

Transferência de Quantidade de Movimento

Profs. Cristiane Costa (15h) e Célio Souza (15 h)

Introdução ao Transporte de Quantidade de Movimento. Equação da Continuidade. Equações do Movimento. Tensor Tensão e Equações Constitutivas. Fluidos Newtonianos e Não-Newtonianos. escoamentos Uni e Bidimensionais. Introdução ao escoamento Turbulento. Teoria de Camada Limite. Funções Materiais para Fluidos Não-Newtonianos. Equações Constitutivas. Soluções particulares das Equações do movimento no escoamento Laminar de Fluidos Não-Newtonianos.

1- BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. Transport Phenomena, 2nd Edition, John Wiley, , 2002.

2- SLATTERY, J. C. Momentum, Energy, and Mass Transfer in Continuo, , 1972.

3- BRODKEY, R. S. & HERSSHEY, H. C. Transport Phenomena, Mc Graw-Hill, N.Y., 1988.

4- BENNET, C. O.; MYERS, J. E. Fenômenos de Transporte: Quantidade de Movimento, Calor e Massa, McGraw-Hill, São Paulo, 1978.

5- WELTY, J. R.; WICKS, C. E.; Wilson, R. E. Fundamentals of Momentum, Heat and Mass Transfer. John Wiley & Sons, Inc. 2001.



Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Eng. Química

ESCOAMENTOS

FLUIDOS NEWTONIANOS E NÃO-NEWTONIANOS

PROFa. Dra. CRISTIANE COSTA

Belém-PA

1.2. Escoamentos

Grande parte dos estudos em Fenômenos de Transporte envolve os fluidos em movimentos

ESCOAMENTO

o processo de movimento das moléculas de um fluido, umas em relação às outras e aos limites impostos ao escoamento.

- Os escoamentos são descritos por: parâmetros físicos (campo de velocidade) e pelo comportamento desses parâmetros ao longo do espaço e do tempo (separar por classes e obter modelos matemáticos).

1.2.1 Campo de Velocidade

- Provavelmente um dos **parâmetros mais importantes no estudo dos escoamentos** seja a VELOCIDADE, que mede a alteração da posição de um elemento do fluido em função do tempo.
- Para descrever o escoamento \Rightarrow torna-se necessário acompanhar a velocidade em vários pontos representativos do escoamento para obter uma avaliação do escoamento como um todo.

➤ A descrição espacial dessas velocidades, por intermédio de uma formulação matemática ou por representação gráfica, é denominada genericamente de PERFIL DE VELOCIDADE, e é por meio desses perfis que comportamento do escoamento pode ser caracterizado

Se na descrição espacial da velocidade for adicionada uma descrição temporal, então obtém-se um campo de velocidade que representa o escoamento como função de coordenadas espaciais e temporais.

ACELERAÇÃO



$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t}$$

$$\vec{a} = V_x \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + V_y \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + V_z \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t}$$

$$\vec{a} = (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t}$$

1º termo: aceleração agindo em um elemento, ou partícula, que causa variação da velocidade quando o elemento ou a partícula muda de posição – **Aceleração convectiva**.

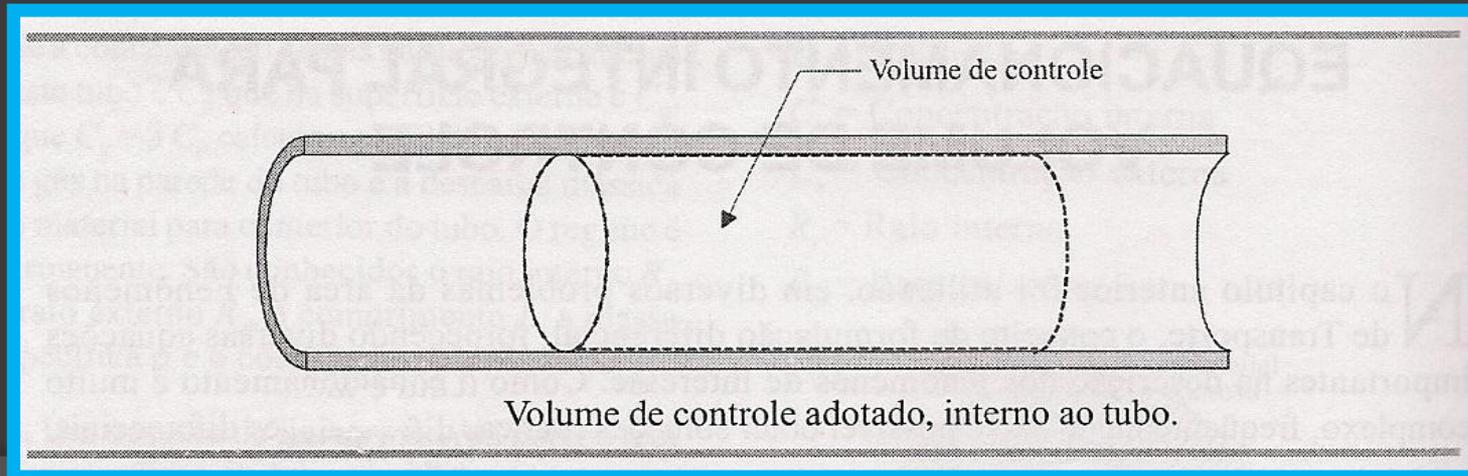
2º termo: derivada parcial em relação ao tempo, que representa a variação da velocidade em um ponto do escoamento. Como caracteriza a aceleração em um determinado ponto do espaço é denominada – **Aceleração local**.

1.2.1. Sistema versus Volume de Controle (VC)

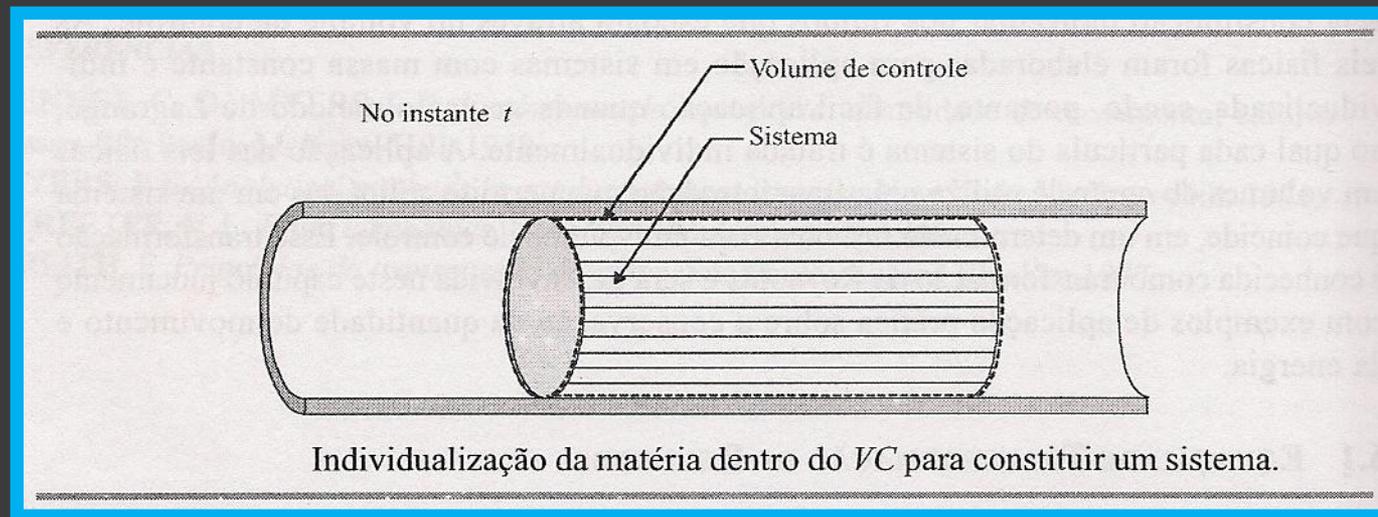
No escoamento interno ao tubo é demarcado um volume no espaço; com a forma do tubo; (Como indicado na Figura)

Que constitui o Volume de controle – VC;

VC - é um volume no espaço (uma entidade geométrica e independente da massa) através do qual o fluido pode escoar.

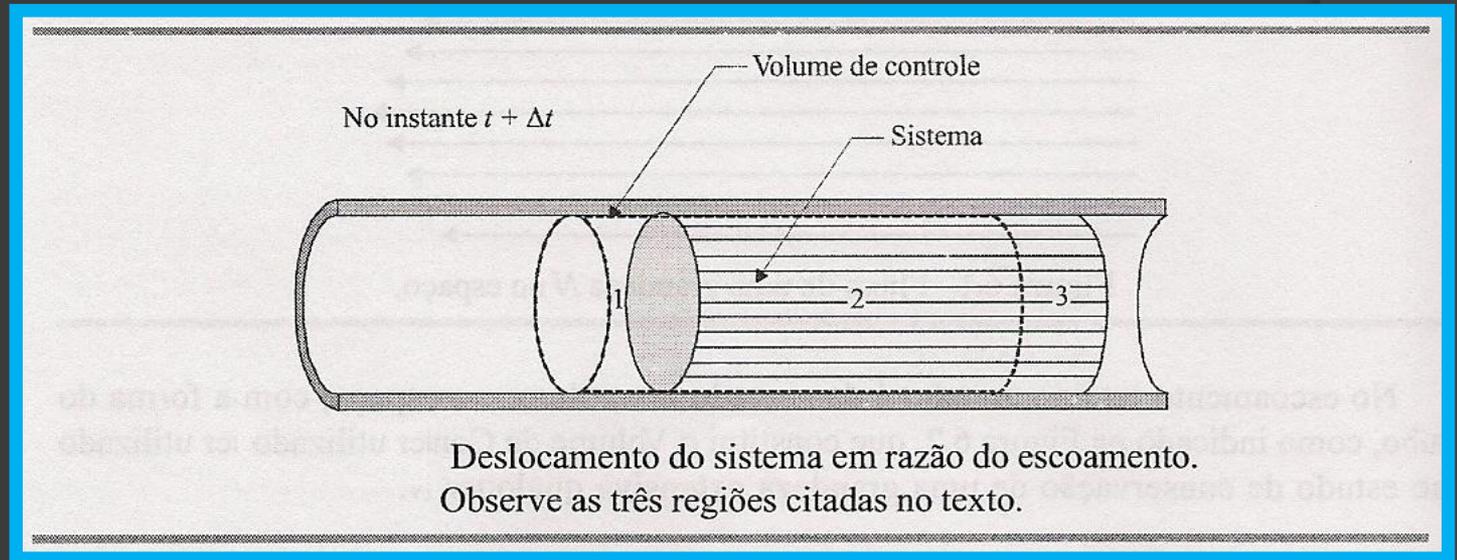


Sistema: é uma certa quantidade de material com identidade fixa (composto sempre pelas mesmas partículas de fluido) que pode se mover, escoar e interagir com o meio, ou seja, pode apresentar variação de formato e tamanho mas ele sempre contém a mesma massa.



Regiões características:

- Região 1: Espaço do VC que ficou sem partículas do sistema;
- Região 2: Parte do sistema que ainda se encontra dentro de VC;
- Região 3: Elementos do sistema que saíram do VC.



Obs: Se quisermos caricaturar a diferença entre Sistema e VC, diremos que o Sistema "passa" e o VC "ver passar", ou seja, o Sistema está ligado à descrição Lagrangeana e o VC a Euleriana.

1.2.2. Abordagem Lagrangeana

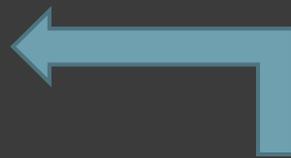
“Descrição do movimento na qual **partículas individuais** de fluidos **são observadas como uma função do tempo**”.

Em outras palavras, a descrição Lagrangeana equivale a apontar uma câmera de vídeo para uma partícula individual e segui-la em sua trajetória, filmando o seu movimento ao longo do tempo.

$$r = r(x_0, y_0, z_0, t)$$

$$V = V(x_0, y_0, z_0, t)$$

$$a = a(x_0, y_0, z_0, t)$$



Consiste em isolar um sistema e estudar o comportamento individual de cada molécula ou partícula desses sistema e, a partir das informações obtidas para cada uma dessas partículas, inferir o comportamento do todo.

1.2.3. Abordagem Euleriana

“ Descrição do movimento na qual consiste em adotar um intervalo de tempo, escolher uma seção ou um VC no espaço e considerar todas as partículas que passam por este local”.

A descrição Euleriana equivale a enquadrar uma região do escoamento com uma câmera de vídeo estacionária e filmar a passagem da multidão de partículas através do campo de visão da câmera ao longo do tempo.

$$\begin{aligned}r &= r(x, y, z, t) \\V &= V(x, y, z, t) \\a &= a(x, y, z, t)\end{aligned}$$

Na descrição Euleriana do movimento, as propriedades do escoamento são função do espaço (ponto de observação) e do tempo.

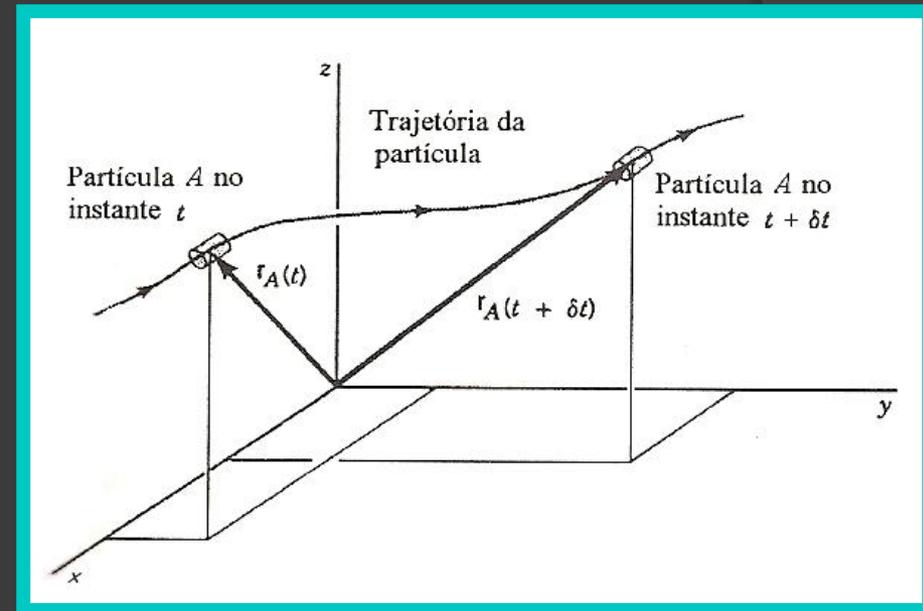


1.3. Linhas de Trajetória, de Corrente e de Emissão

1.3.1. Linhas de Trajetória

É um lugar geométrico ocupado por determinada partícula em função do tempo.

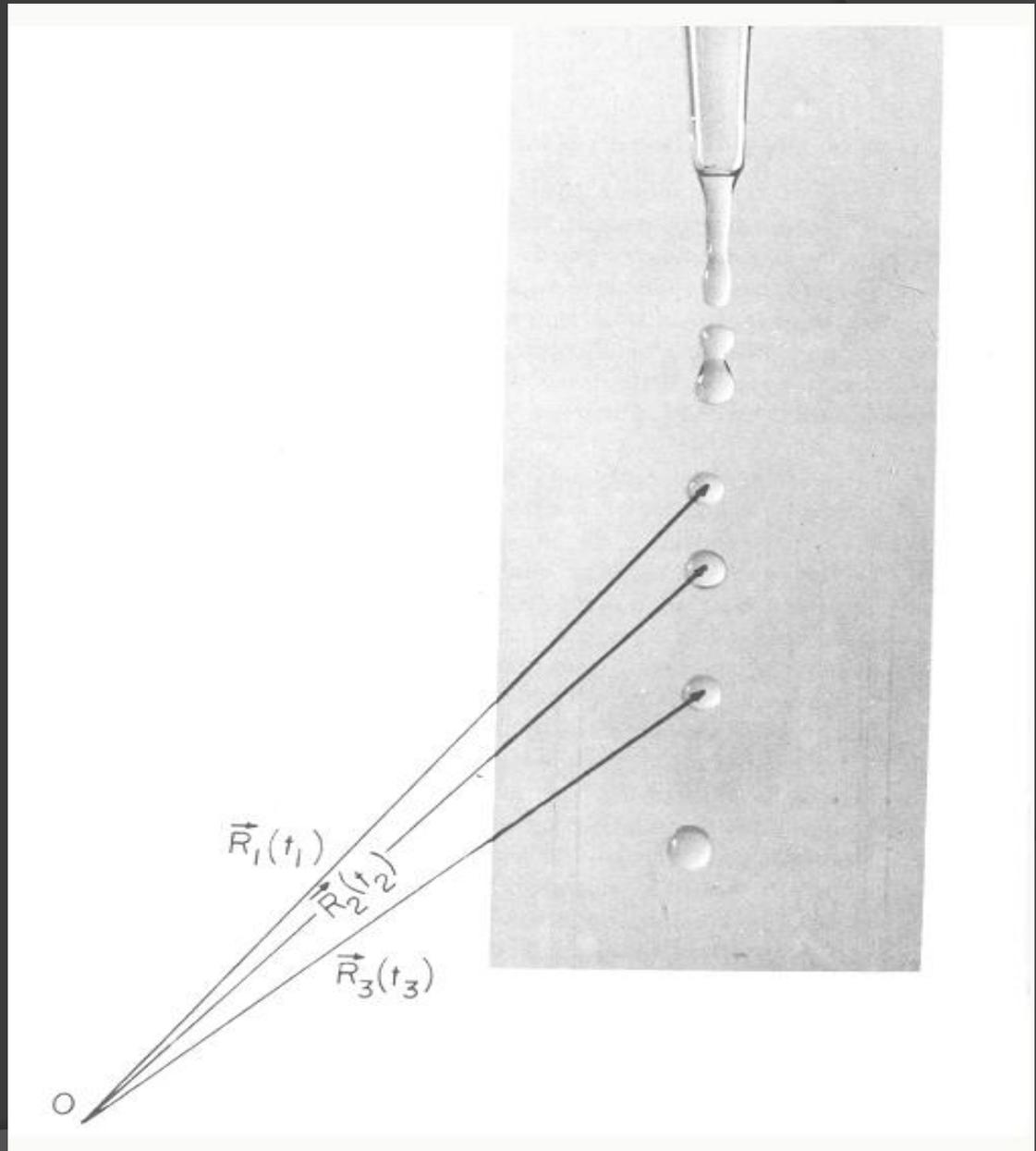
A trajetória pode ser obtida marcando-se as diversas posições que uma partícula de fluido ocupa ao longo do tempo.



- A derivada temporal do vetor posição fornece a velocidade da partícula.

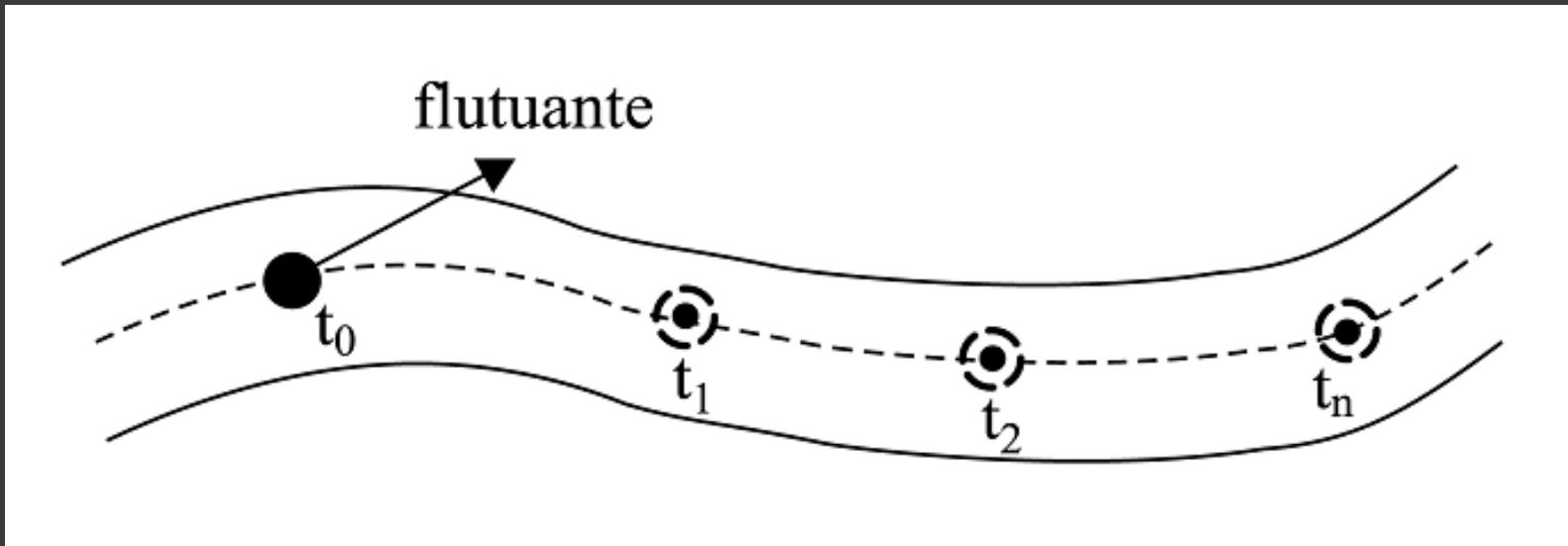
$$\vec{V} = V_x \vec{e}_x + V_y \vec{e}_y + V_z \vec{e}_z$$

Linhas de Trajetória



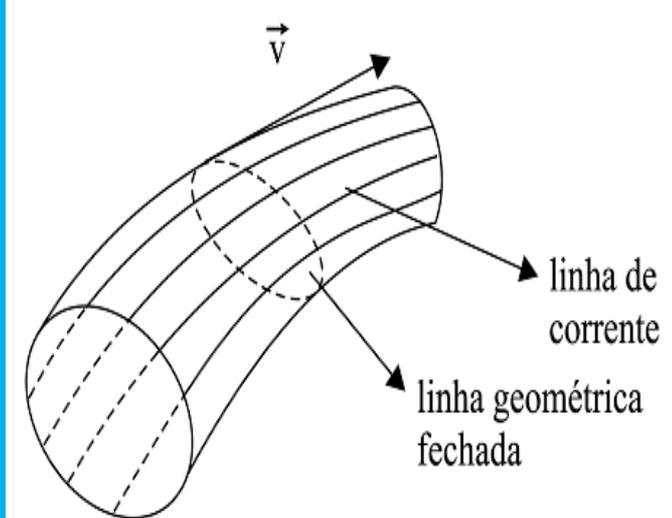
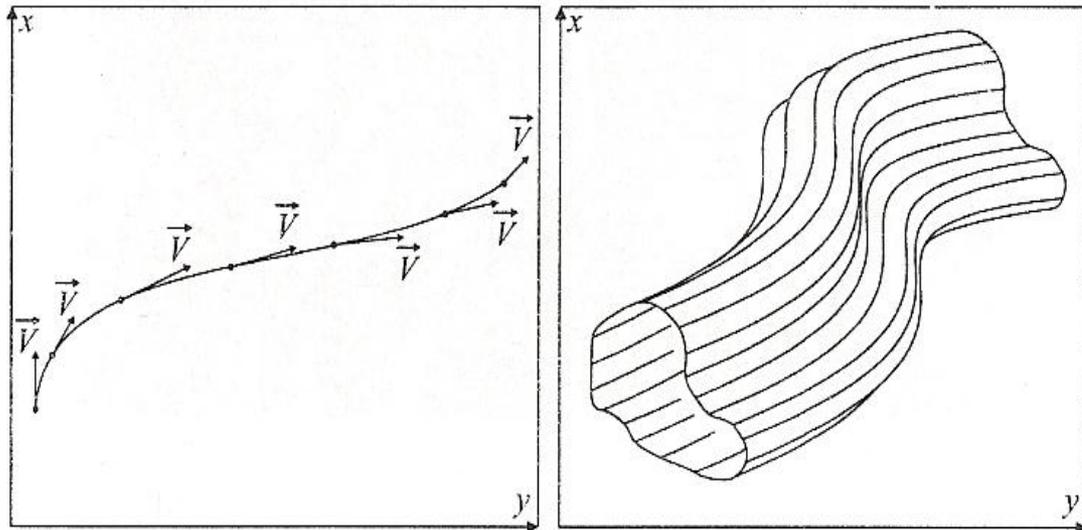
Trajectoria – é o lugar geométrico dos pontos ocupados por uma partícula em instantes sucessivos.

➤ É a linha traçada por dada partícula ao longo de seu deslocamento.



1.3.3. Linhas de Corrente

- É a linha contínua tangente ao vetor velocidade.
- Um conjunto de linhas de correntes tangentes a uma curva fechada contida no escoamento compõe um tubo de corrente.
- Não pode ser atravessada por fluido



2. CLASSIFICAÇÃO DE ESCOAMENTOS

- Uni, bi ou tridimensional
- Laminar / Turbulento ([Reynolds.pptx](#))
- Permanente/não-permanente ([Esc. Permanente.pptx](#))
- Uniforme/Não-Uniforme ([Uniforme não Uniforme.pptx](#))
- Desenvolvido (Estabelecido)/Não-desenvolvido
(perfil não varia com coordenada espacial na direção do escoamento)
- Compressível /Incompressível ([Esc. Compressível.pptx](#))

LEI DE NEWTON DA VISCOSIDADE

1 – INTRODUÇÃO AO FENÔMENO DE TRANSFERÊNCIA:

➔ O que caracteriza um processo de transferência?

A tendência ao equilíbrio, condição que não ocorre nenhuma variação.

➔ O que é necessário que ocorra (exista) para que um processo de transferência se concretize?

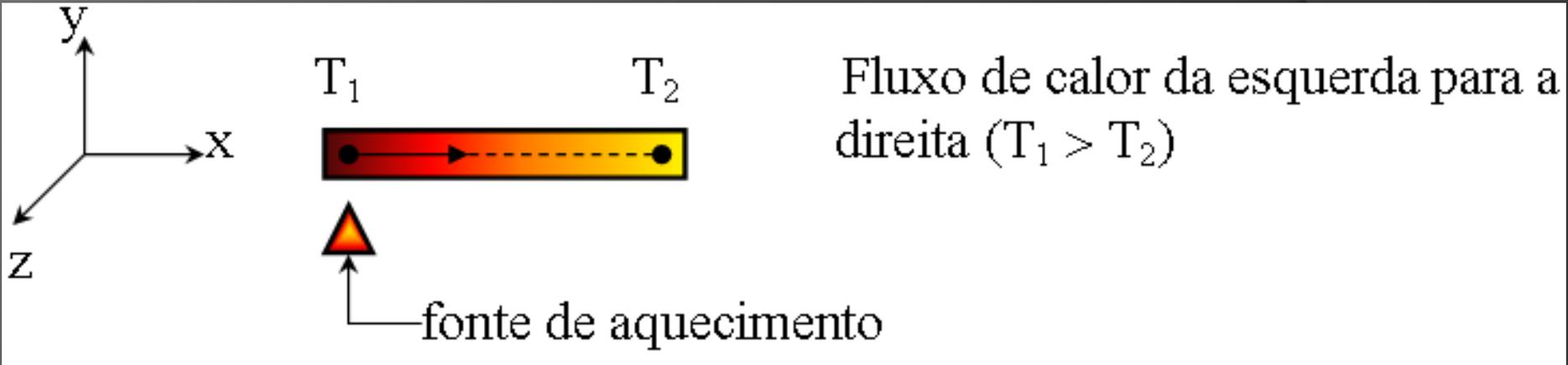
Uma força motriz (diferença entre duas grandezas).

➔ Quais são os fatores comuns a todos os processos de transferência?

O movimento no sentido do equilíbrio e o transporte de alguma quantidade.

LEI DE NEWTON DA VISCOSIDADE

Ex1: Transporte de calor:



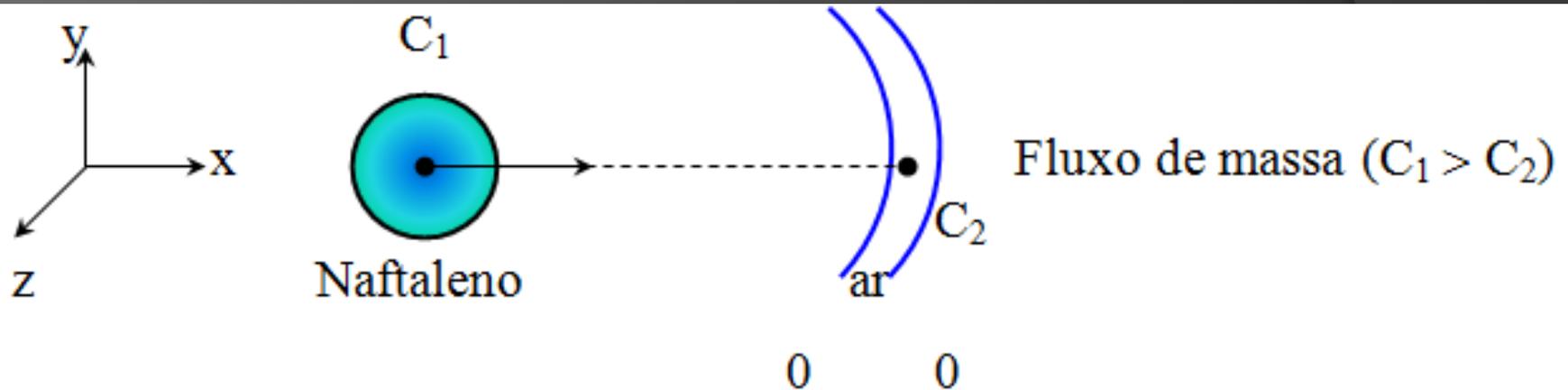
Fluxo de calor da esquerda para a direita ($T_1 > T_2$)

fonte de aquecimento

$$\nabla T = \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{k} \quad \therefore \quad \nabla T = \frac{dT}{dx}$$

LEI DE NEWTON DA VISCOSIDADE

Ex2: Transporte de massa:

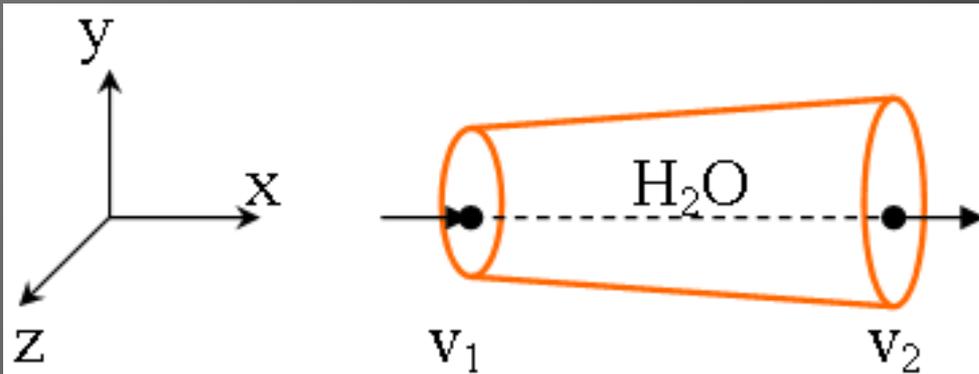


$$\nabla C = \frac{\partial C}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial C}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial C}{\partial z} \vec{k} \quad \therefore$$

$$\nabla C = \frac{dC}{dx}$$

LEI DE NEWTON DA VISCOSIDADE

Ex3: Transporte de quantidade de movimento:



Fluxo de quantidade de movimento ($v_1 > v_2$)

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

\therefore

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{dv_x}{dx}$$

2 – MEIO:

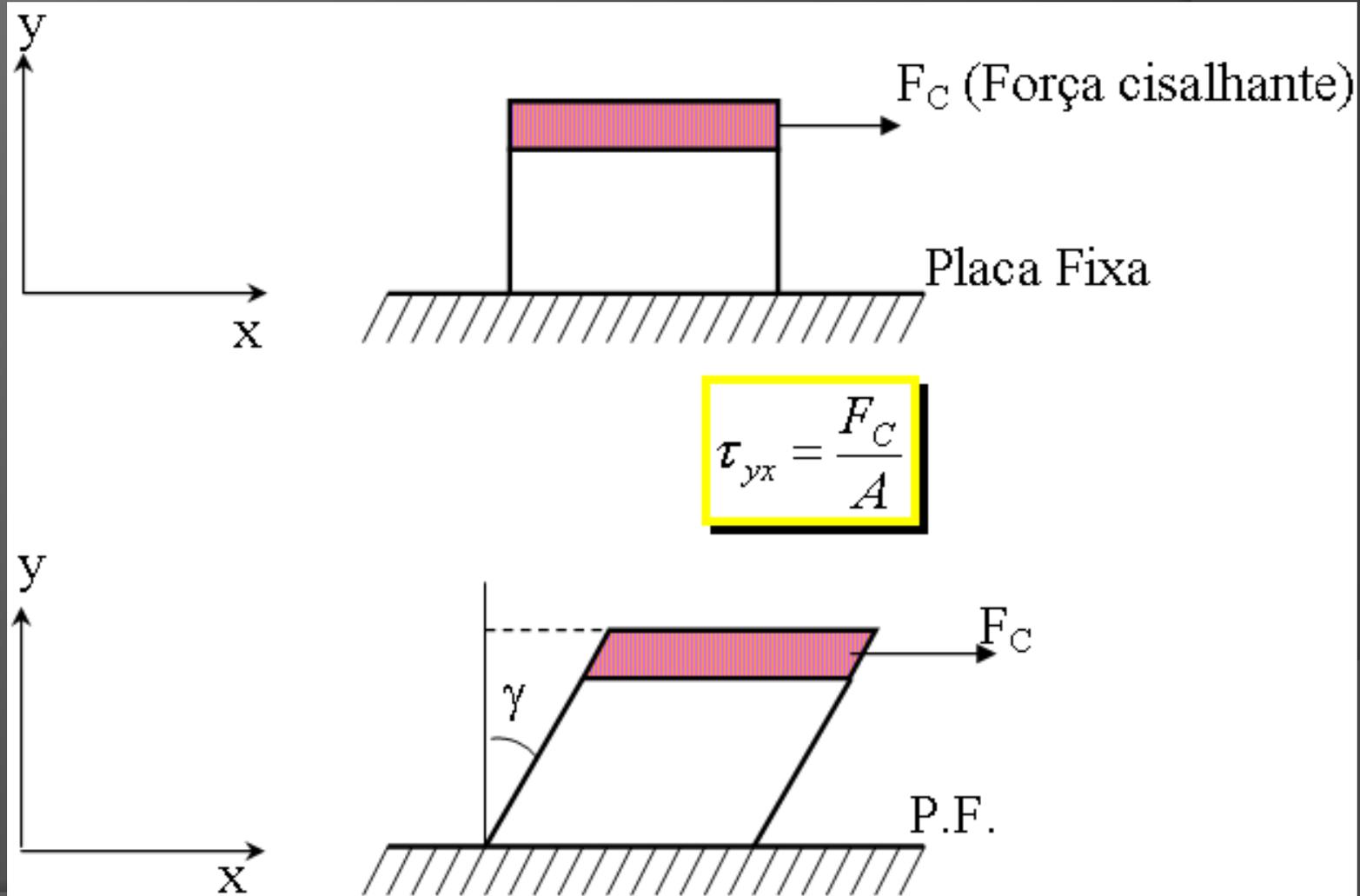
É a porção da matéria em que ocorrem as variações, ou seja, os fenômenos de transferência. Os meios apresentam-se na forma sólida e fluida, sendo os fluidos: líquidos e gases.

3 – FLUIDO:

São substâncias que podem escoar, movendo-se as moléculas e mudando a posição relativa sem fragmentação da massa. Os fluidos deformam-se continuamente quando submetidos à tensões cisalhantes, por menores que estas sejam, e se adaptam às formas do recipiente que os contém.

4 – EQUAÇÃO DE NEWTON DA VISCOSIDADE:

4.1 – Considerando-se um bloco sólido:



LEI DE NEWTON DA VISCOSIDADE

Dentro do regime de deformação elástica, temos:

$$\tau_{yx} = G\gamma$$

onde:

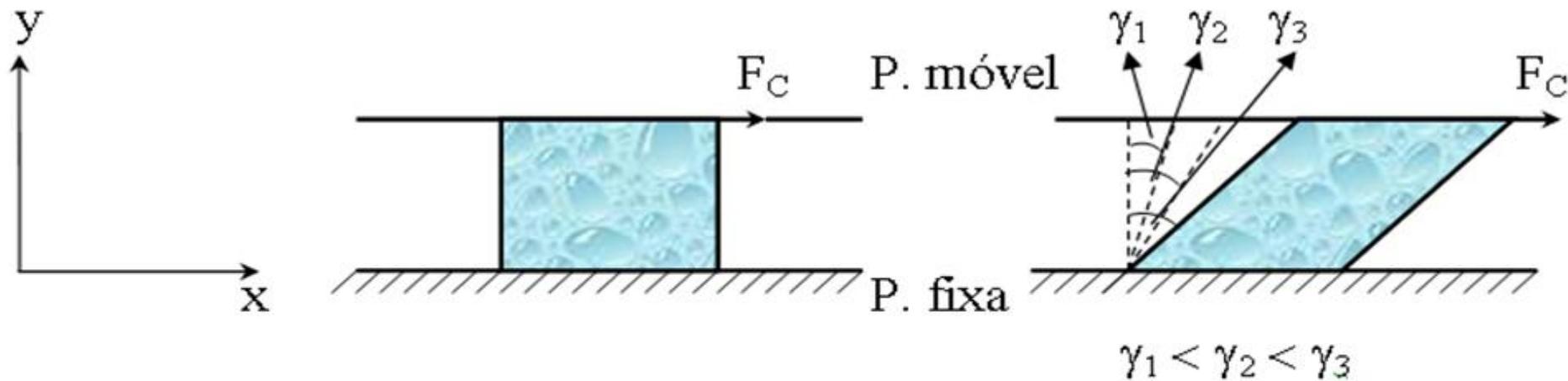
G → constante de proporcionalidade é o módulo de elasticidade (**módulo de rigidez**);

γ → ângulo de deformação.

Obs: O módulo de elasticidade é uma propriedade intrínseca do material. Ela é uma medida direta da resistência interna que o mesmo apresenta face às forças cisalhantes.

LEI DE NEWTON DA VISCOSIDADE

4.2 – Considerando um bloco fluido:



$$\tau_{yx} \propto \frac{dy}{dt}$$

\Rightarrow

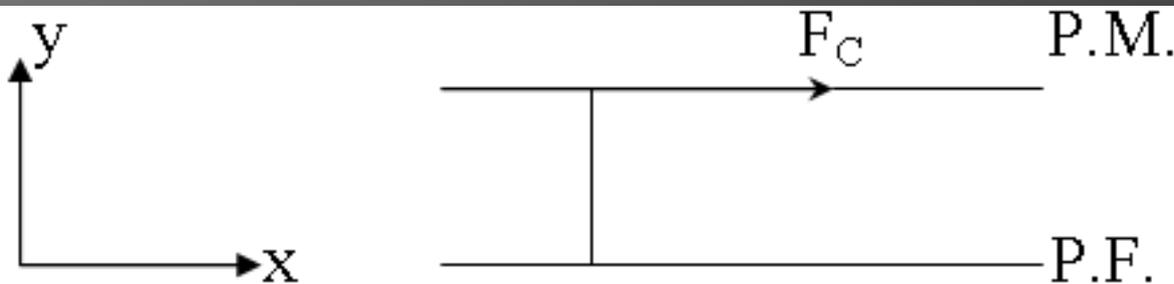
$$\tau_{yx} = \mu \cdot \frac{dy}{dt} \quad (I)$$

Difícil de medir experimentalmente.

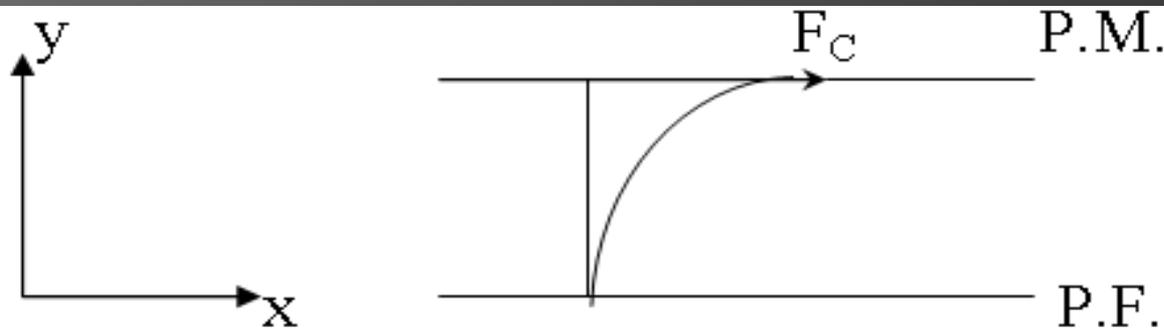
Obs: A equação (I) relaciona a tensão de cisalhamento com a taxa de deformação, conhecida como "**Lei de Newton da Viscosidade**", sendo " μ " a **viscosidade absoluta**.

OUTRA FORMA DE APRESENTAÇÃO DA EQUAÇÃO DE NEWTON DA VISCOSIDADE

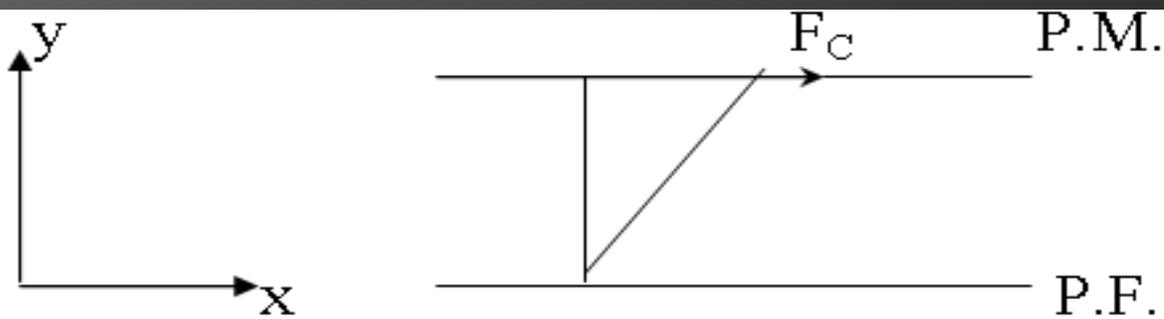
4.3 – Seqüência do fenômeno:



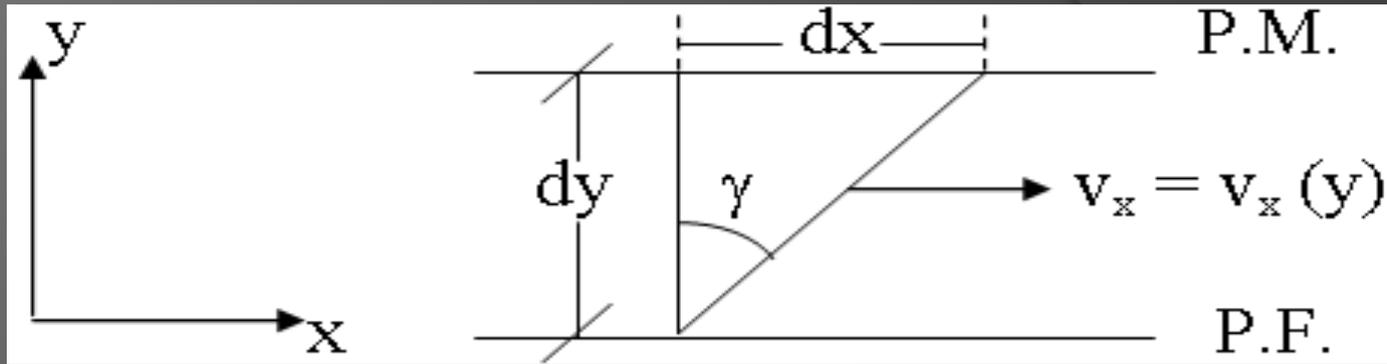
$t = 0$; placa em repouso



$t = \text{pequeno}$; há um regime transiente, ou seja, o perfil é $v_x = v_x(y, t)$.



$t = \infty$; perfil de velocidade estacionário, ou seja, $v_x = v_x(y)$



$$\operatorname{tg}(\gamma) = \frac{dx}{dy} \quad ; \quad \text{porém para ângulos pequenos} \quad \Rightarrow \quad \gamma = \operatorname{tg}(\gamma)$$

$$\text{logo } \gamma = \frac{dx}{dy} \quad ; \quad \text{então} \quad \Rightarrow \quad \tau_{yx} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dy} \right) \quad \therefore \quad \tau_{yx} = -\mu \cdot \frac{dv_x}{dy} \quad (\text{II})$$

- ❖ O sinal negativo \longrightarrow ATRITO (exercido pela parede sólida sobre o fluido e em sentido contrário ao escoamento).
- ❖ Escoamento está indo de uma região de maior fluxo de quantidade de movimento para uma de menor fluxo.

– Validade da Lei de Newton da Viscosidade:

- ✓ Fluido newtoniano;
- ✓ Distância entre as placas muito pequena;
- ✓ Utilizado para pequenas deformações.

$$\tau_{yx} = \frac{F_C}{A} = \frac{m \cdot a}{A} = \frac{m}{A} \cdot \frac{v}{t} = \frac{\text{Quantidade de movimento}}{A \cdot t} \quad , \text{mas...}$$

$$\text{Taxa} = \frac{\text{grandeza}}{\text{tempo}} \quad \text{e} \quad \text{Fluxo} = \frac{\text{Taxa}}{\text{área}} \quad , \text{logo:}$$

$$\tau_{yx} = \text{Densidade de fluxo de quantidade de movimento.}$$

5 – VISCOSIDADE:

Viscosidade absoluta ou dinâmica (μ) mede a resistência que o fluido oferece às forças cisalhantes.

A viscosidade cinemática (ν) é uma outra propriedade do fluido.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

5.1 – Dimensões de "μ" e "ν":

Sistema [MLT]:

$$\mu = \frac{\tau_{yx}}{dv_x/dy} \quad \therefore \quad \mu = \frac{F}{A} \cdot \frac{y}{v} = \frac{MLT^{-2}}{L^2} \cdot \frac{L}{L/T} \quad \therefore \quad \mu = [ML^{-1}T^{-1}]$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{ML^{-1}T^{-1}}{ML^{-3}} \quad \therefore \quad \nu = [L^2T^{-1}]$$

Sistema [FLT]:

$$\mu = \frac{F}{A} \cdot \frac{y}{v} = \frac{F}{L^2} \cdot \frac{L}{L/T} \quad \therefore \quad \mu = [FTL^{-2}]$$

5.2 – Unidades mais usuais de viscosidade:

a) Viscosidade dinâmica (μ):

Sistema CGS:

$$\frac{dy.s}{cm^2} \quad \text{ou} \quad \frac{g}{cm.s} \quad \text{ou} \quad \text{POISE} \quad \therefore \quad 1P = 100cP$$

Sistema Internacional:

$$\frac{N.s}{m^2} \quad \text{ou} \quad \frac{Kg}{m.s}$$

Sistema Inglês:

$$\frac{lbf.s}{ft^2} \quad \text{ou} \quad \frac{lbm}{ft.s}$$

5.2 – Unidades mais usuais de viscosidade:

b) Viscosidade cinemática (ν):

Sistema CGS:

$$\frac{cm^2}{s} = \text{STOKE} \quad \therefore \quad 1\text{St} = 100\text{cSt}$$

Sistema Internacional:

$$\frac{m^2}{s}$$

Sistema Inglês:

$$\frac{ft^2}{s}$$

5.3 – Influência da Pressão e Temperatura:

a) Pressão:

Pressões moderadas (até 10 atm) → independe da pressão

Altas pressões, os gases e a maioria dos líquidos variam, porém não existem leis bem definidas.

b) Temperatura:

- **Nos gases**, aumentando-se a temperatura, aumenta a viscosidade, devido à transferência de quantidade de movimento entre as moléculas.
- **Nos líquidos**, aumentando-se a temperatura, diminui a viscosidade, devido diminuírem as forças de coesão entre as moléculas.

5.4 – Condições finitas:

Mostre que para condições finitas e perfil linear,

a tensão de cisalhamento é dada por:

$$\tau_{yx} = \mu \frac{V}{Y}$$

Se o perfil de velocidade é linear, então $\rightarrow v_x = a.y + b$
condições de contorno:

$$1^a: y = 0 \quad \therefore v_x = V \quad \Rightarrow \quad b = V$$

$$2^a: y = Y \quad \therefore v_x = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = a.Y + V \quad \Rightarrow \quad a = -V/Y$$

$$v_x = -\frac{V}{Y}y + V \quad \therefore \quad \frac{dv_x}{dy} = -\frac{V}{Y}$$

$$\tau = -\mu \cdot \frac{dv_x}{dy} \quad \Rightarrow \quad \tau = -\mu \cdot \left(-\frac{V}{Y} \right) \quad \therefore \quad \tau = \mu \frac{V}{Y}$$

6 – REOLOGIA DE FLUIDOS NÃO-NEWTONIANOS

6.1 – Definição:

É a ciência que estuda a deformação e o fluxo de matérias, tais como: sangue, suspensões, tintas, vernizes, etc.

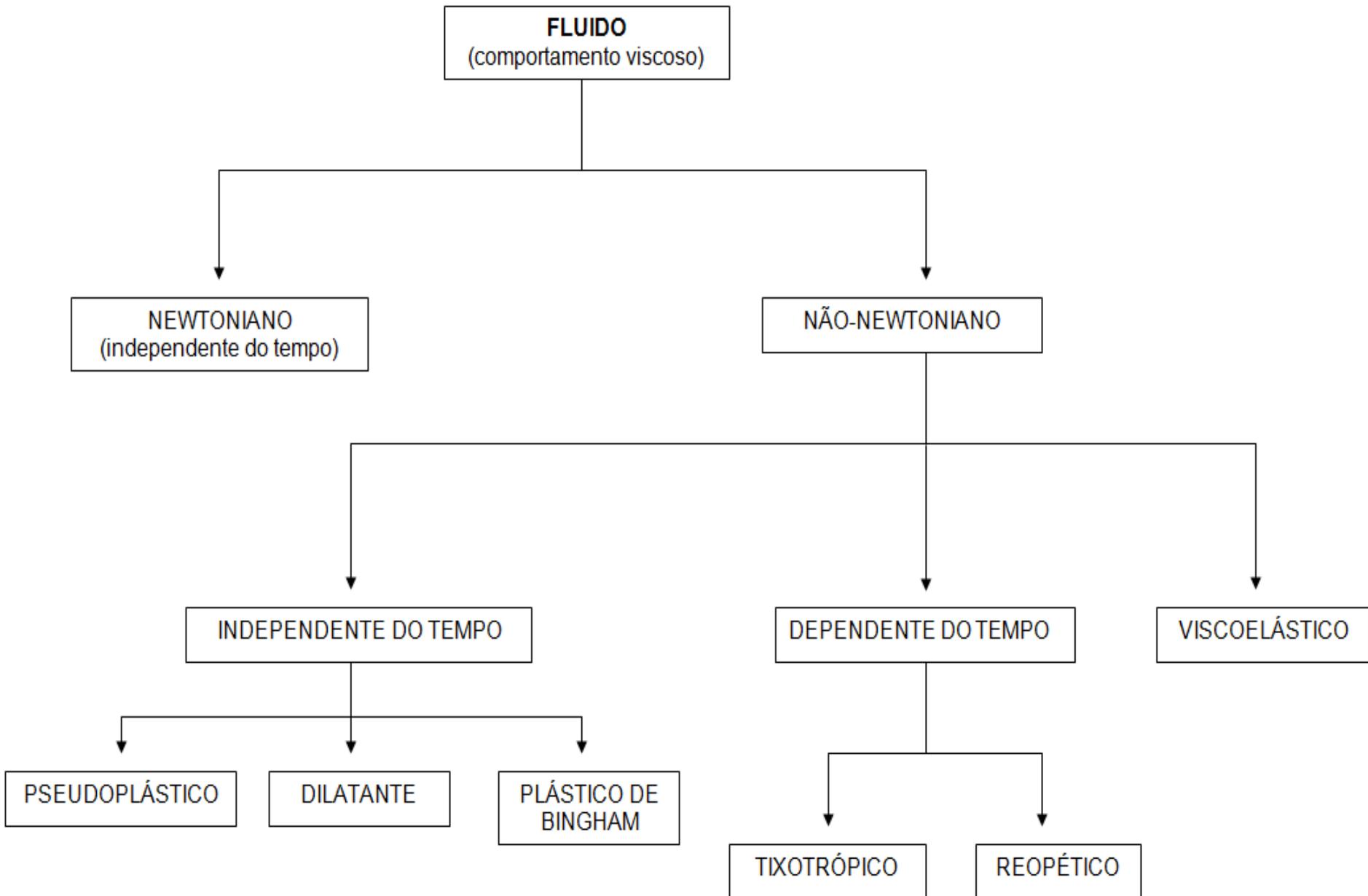
Estas substâncias **fluem**, porém **não obedecem a Lei de Newton da viscosidade**, sendo estas substâncias ditas FLUIDOS NÃO-NEWTONIANOS.

Reologia \Rightarrow é o estudo do escoamento e deformação da matéria, ou seja, é o estudo do comportamento de fluidez.

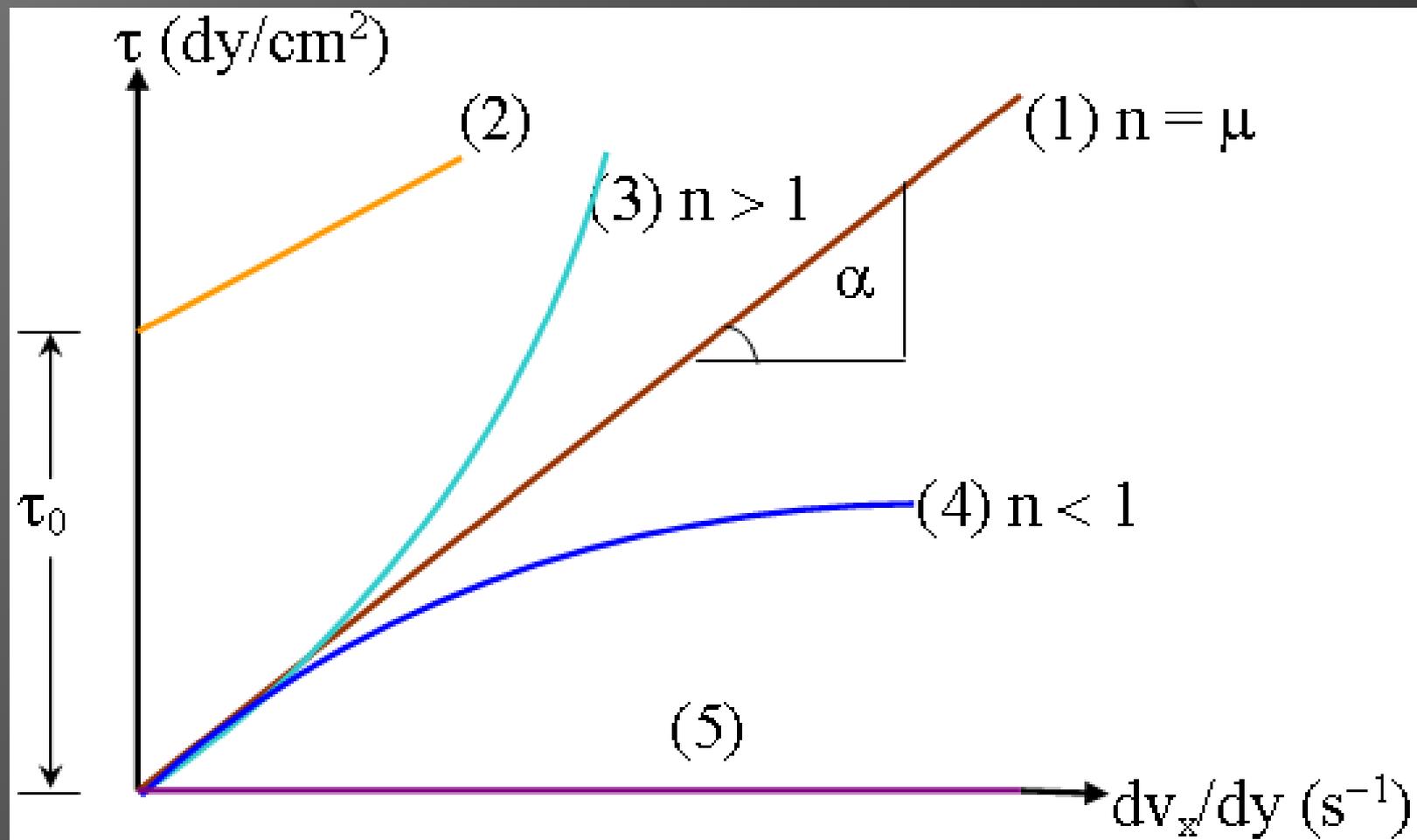
6.2. Importância do Estudo do Comportamento Reológico de Fluidos

- Determinar a funcionalidade das matérias primas (desenvolvimento de produtos)
- Controle de qualidade (produto final e intermediário)
- Vida de prateleira
- Avaliação de textura (análise sensorial)
- Projetos de engenharia (agitadores, extrusoras, bombas, trocadores de calor, homogeneizadores)

6.3. Classificação dos fluidos segundo comportamento reológico



6.4 – Diagrama Reológico ou Reograma



Curva (1) → Representa um fluido Newtoniano, onde

a tangente do ângulo " α " é igual a $\tau / \frac{dv_x}{dy} = \mu$.

Ex: Substâncias de baixo peso molecular (álcool, água e todos os gases), óleos lubrificantes e óleos comestíveis.

Curva (2) → Caracteriza um plástico de Bingham. Este tipo de fluido apresenta um excesso de rigidez, o qual deve ser vencido para que o material possa fluir.

Ex: Lamas de perfuração, pasta dental e maionese

Equação de Bingham

$$\tau_{yx} = \tau_0 + \mu_p \cdot \frac{dv_x}{dy}$$

onde " μ_p " é a viscosidade do plástico.

Curva (3) → Caracteriza um fluido "Dilatante".
Observa-se que sua viscosidade aumenta com o aumento da tensão cisalhante (OSBORNE REYNOLDS).

Ex: Suspensões de amido, silicato de potássio e areia.

Curva (4) → Caracteriza um fluido "Pseudoplástico".
Observa-se que a viscosidade diminui com o aumento do gradiente de velocidade (METZNER).

Ex: Soluções de polímeros de moléculas grandes, purês de frutas e legumes, sangue, maionese.

Curva (5) → Representa um fluido ideal ou perfeito, ou seja, sem atrito, visto que a tangente é nula.

6.5 – Modelo matemático para fluidos Dilatante e Pseudoplásticos:

É o modelo de Ostwald-de-Walle ou lei da potência.

$$\tau_{yx} = -K \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^{n-1} \cdot \frac{dv_x}{dy}$$

onde:

$K \rightarrow$ é o índice de consistência do fluido;

$n \rightarrow$ é o índice de comportamento do escoamento do fluido;

$$K \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^{n-1}$$

\rightarrow viscosidade aparente.

Se $K = \mu$ e $n = 1$, o fluido é Newtoniano;

Se $n > 1$, fluido Dilatante;

Se $n < 1$, fluido Pseudoplástico.

6.6 – Modelo matemático para fluidos Não-Newtonianos

Modelo de Casson:

$$\sqrt{\tau} = \sqrt{\tau_0} + \sqrt{\mu_p \dot{\gamma}}$$

Modelo de Herschel-Bulkley:

$$\tau = \tau_0 + K \dot{\gamma}^n$$

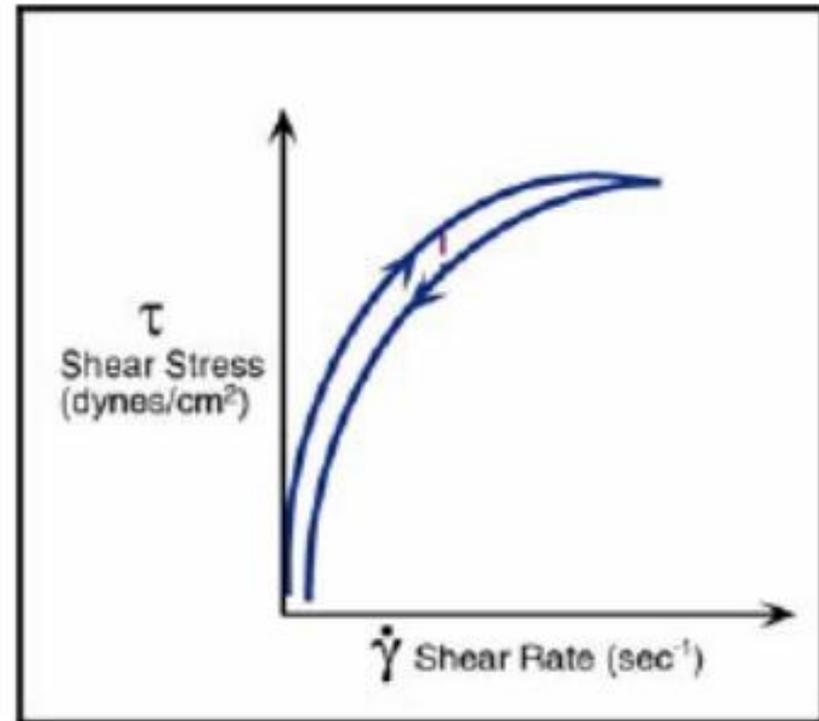
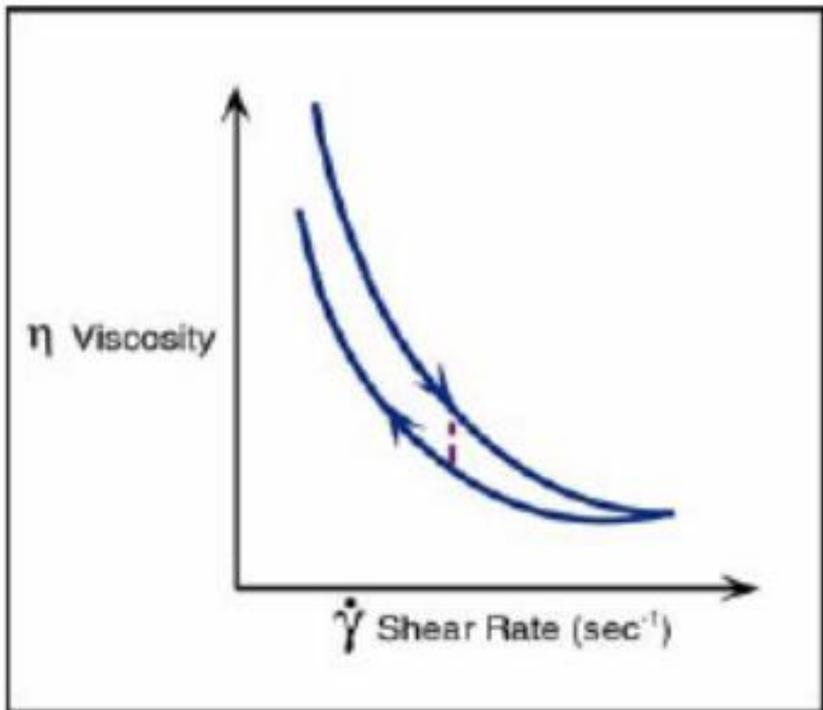
Modelo de Robertson-Stiff:

$$\tau = K \left(\dot{\gamma}_0 + \dot{\gamma} \right)^n$$

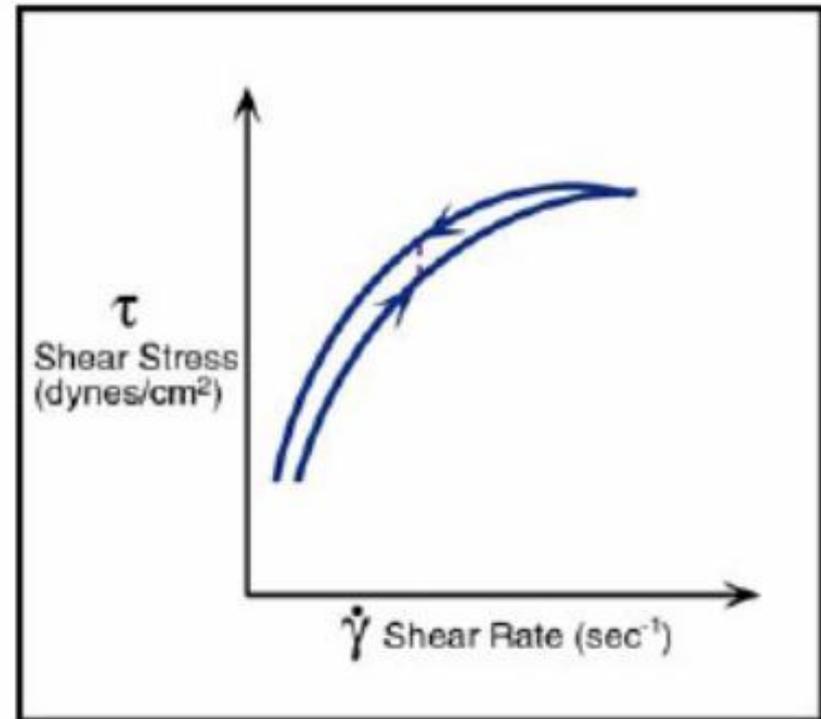
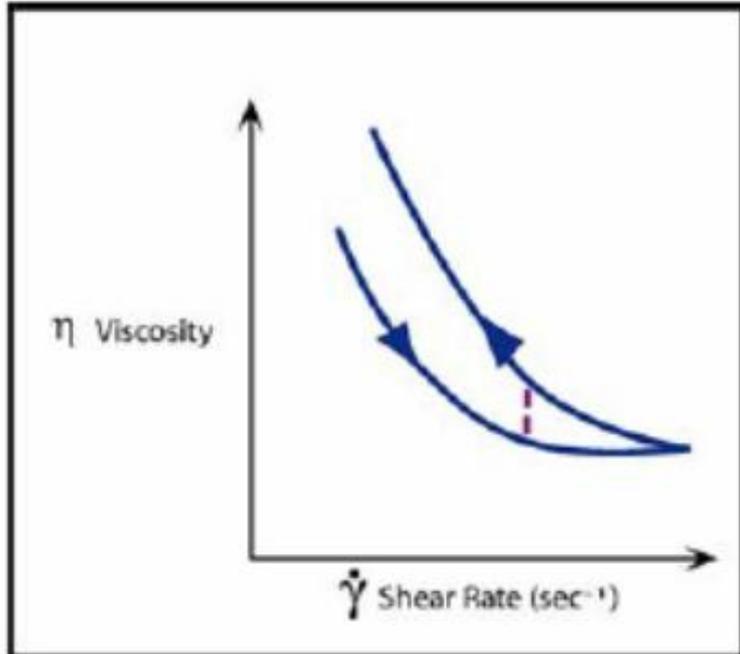
τ - Tensão de cisalhamento (Pa); $\dot{\gamma}$ - taxa de deformação (s⁻¹); $\dot{\gamma}_0$ - fator de correção da taxa de deformação; μ_p - viscosidade do plástico (Pa.s); K e n – Cte. do modelo (índice de consistência de índice de comportamento)

Fluidos Não Newtonianos Dependentes do Tempo

Tixotrópicos → Fluidos para os quais a viscosidade aparente diminui com o tempo de aplicação de um gradiente de velocidade constante.



Reopéticos → Fluidos para os quais a viscosidade aparente aumenta com o tempo de aplicação de um gradiente de velocidade constante.



Viscoelásticos → é um material que exibe características de sólido elástico e de líquido viscoso. Podendo-se dizer que amostras viscoelásticas apresentam inicialmente comportamento sólido e posteriormente líquido.

OBS: A complexidade desse tipo de comportamento não tem permitido elaborar considerações físicas que conduzam a modelos matemáticos de aplicabilidade geral.